

ARTÍCULO

## EL TRATAMIENTO DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS, SU REPERCUSIÓN EN EL PROCESO DE FORMACIÓN PROFESIONAL INICIAL.

*Domingo Curbeira Hernández, Máster en Ciencias: Matemática Aplicada.*

E-mail: [dcurbeira@ucf.edu.cu](mailto:dcurbeira@ucf.edu.cu)

*María de Lourdes Bravo Estévez, Máster en Ciencias: Ciencias de la Educación. Doctora en Ciencias Pedagógicas*

E-mail: [lbravo@ucf.edu.cu](mailto:lbravo@ucf.edu.cu)

*Gisela Bravo López, Doctora en Ciencias Pedagógicas*

E-mail: [gbravo@ucf.edu.cu](mailto:gbravo@ucf.edu.cu)

### RESUMEN

Entre los aspectos que deben ser considerados en el proceso de formación profesional inicial está lo relacionado con la formación de habilidades, por ejemplo, las propias de las ciencias matemáticas. Importantes contribuciones pueden realizarse al proceso de formación de habilidades, si se toma como referente el tratamiento de los conceptos que son formados desde la disciplina Matemática General en las carreras de Ingeniería. Realizar una clasificación de los conceptos del cálculo integral, determinar un nuevo nivel en el desarrollo del definir, así como una nueva fase para la estructura total del proceso de elaboración de un concepto para el aprendizaje de la Matemática General son los objetivos de este artículo. El empleo de los métodos del nivel teórico, permitieron analizar la evolución del tratamiento de conceptos matemáticos en general y su didáctica.

### Palabras clave:

conceptos, conceptos matemáticos, definiciones, clasificación de conceptos, cálculo integral, niveles del definir

### ABSTRACT

*Among the aspects that should be considered in the initial training process is the one related with skills formation, for example, the skills of the mathematical sciences. Important contributions can be made to the training of skills, if taken as a reference treatment of the concepts that are formed from General Mathematics discipline in engineering careers. The objectives of this paper are: classify the concepts of integral calculus, determine a new level in the development of define, as well as a new phase for the overall structure of the process of formation a concept for learning General Mathematics. The use of theoretical methods, allowed to analyze the evolution of the treatment of in general mathematical concepts and its teaching.*

### Key words:

*concepts, mathematical concepts, definitions, concept classifications, integral calculus, levels of definition.*

### El tratamiento de conceptos matemáticos.

En opinión de Zilmer (1981) y de Ballester y otros (2002, 2001, 1992), la correcta formación de un concepto presupone que los estudiantes puedan comprender las diferentes relaciones matemáticas, así como que este proceso es una premisa indispensable para el desarrollo de la capacidad de aplicar lo aprendido de forma segura, activa y creadora, que representa un punto esencial para el adiestramiento lógico-verbal y que se pueden transmitir importantes nociones ideológicas y referentes a la teoría del conocimiento.

Para estos autores un concepto es la *reflexión ideal de una clase de individuos, de una clase de clases, o de relaciones entre individuos o clases sobre la base de características esenciales*.

Los autores citados, así como Jungk (1979) son coincidentes al plantear que en relación estrecha con lo que se entiende por concepto, se deben aclarar las expresiones: *extensión del concepto e intensión (contenido) del concepto*. Por extensión del concepto se entiende la reflexión ideal de una clase de individuos o una clase de clases, mientras que por intensión del concepto se entiende la reflexión ideal de las características invariables, es decir, la totalidad de las características que son comunes a todos los objetos.

En resumen el *contenido* del concepto abarca todas las características que han sido tomadas como base en la formación de clases y la extensión del concepto comprende todos los objetos que pertenecen al concepto a causa del contenido. Entre estos existe una estrecha relación, es decir, mientras más amplio sea el contenido de un concepto, tanto más pequeña será la extensión de este y viceversa, tal relación se denomina *ley de reciprocidad*, la que plantea que mientras más características esenciales abarque el contenido, menos elementos contendrá la extensión.

Para Guetmanova (1989) y Campistrout (1994) un concepto *no es un objeto y se define como el reflejo en la conciencia del hombre de las propiedades esenciales de objetos y clases de objetos, de los nexos sometidos a la ley de la realidad*.

Gamboa (1996), refiere que un concepto *es una entidad mental que se forma a través de un proceso de abstracción sobre experiencias con objetos (reales o ideales) y que se designa a través de términos del lenguaje*. En Matemática estos "objetos" pueden ser: cosas reales o mentales, acciones sobre cosas, relaciones entre cosas y sistemas de cosas organizadas (estructuras).

Para Mina (2003), un concepto *es un elemento lógico central en la construcción del conocimiento, por lo tanto es una forma de razonamiento lógico, reflejo de las propiedades y nexos internos, esenciales y determinantes en la captación intelectual de los objetos, está regulado*

*por leyes, entre los objetos del mundo material y su interpretación ideal; es por tanto uno de los componentes determinantes del saber básico de toda disciplina científica, tecnológica o humanística*. El concepto es resultado de la *captación intelectual de las características esenciales de un objeto*. Los conceptos no afirman ni niegan sólo designan objetos del mundo ideal o real. Es por medio de los conceptos que los sujetos conocen el mundo, lo interpretan y se lo apropia.

Para el autor citado, es muy importante que se tenga en cuenta que:

- Conceptuar es la segunda operación de la mente.
- El concepto es el producto reflejo de las cualidades generales y esenciales de un objeto o fenómeno.
- Las proposiciones están formadas por conceptos.
- Los conceptos pueden ser de la realidad o de la imaginación.
- Los conceptos indican, no aseveran ni niegan.
- La comprensión del concepto está determinada por el conjunto de notas esenciales que el objeto posee.
- Los conceptos son espacio temporal, por tanto no son perennes.
- Los conceptos son entes lógicos que facilitan el entendimiento.
- Los conceptos son de distinta naturaleza: relacionales, operacionales, numéricos, espaciales, de clasificación, de seriación, etc.
- Un concepto es un conjunto de propiedades o predicados posibles de una clase o de una relación.

Aunque más adelante los autores harán algunas reflexiones en torno a las definiciones de conceptos se destaca que López (2002) explica que la definición de conceptos es compleja. Se refiere a los filósofos empiristas y cita a Mill, quienes suponían que las personas adquieren conceptos mediante un proceso de abstracción que suprime los detalles idiosincráticos que difieren de un ejemplo a otro. En consecuencia, refiere la autora, la mayoría de los experimentos han utilizado una técnica en la cual los sujetos tienen que descubrir el elemento común que subyace a un concepto. Sin embargo, los conceptos cotidianos no consisten en la conjunción o disyunción de características, sino más bien en relaciones entre ellas.

En opinión de la autora otro aspecto de los conceptos de la vida diaria es que sus ejemplos puede que no tengan un elemento en común y cita a Wittgenstein, quien en sus "Investigaciones Filosóficas", presenta el ejemplo de lo que denominamos "juegos". Según su postura, no hay nada que sea común a todos

los juegos, excepto similitudes y relaciones. Además, sostuvo que los conceptos dependen no de elementos comunes, sino de redes de similitudes que son como las semejanzas entre los miembros de una familia. En este sentido se coincide con la autora quien destaca que los estudiosos del tema se han referido a que el mundo se conceptualiza en términos de estereotipos, prototipos, marcos o guiones.

Los autores de este trabajo no se detendrá en cada uno de ellos, sería una tarea muy compleja, pero sí consideran esencial se destaque que, aunque la terminología difiere, las teorías subyacentes son extraordinariamente semejantes: un concepto especifica las características típicas de los miembros de la clase; dicho concepto no tiene condiciones necesarias y suficientes, y tampoco tiene límites claros.

A partir del análisis anterior, los autores de este trabajo consideran que: *un concepto es un reflejo puramente mental que requiere para su formación de un cierto número de experiencias, las cuales tienen algo en común.*

Refiriéndose a la formación propiamente dicha de un concepto, Betancourt (1993) cita a Bruner, quien considera que la formación de conceptos es un acto inventivo en virtud del cual se construyen clases o categorías, mientras que la obtención de conceptos supone la búsqueda de los atributos que distinguen a los seres que son ejemplares de la clase que se quiere diferenciar. Al describir los pasos que sigue cada persona para obtener un concepto, Bruner parte de las conocidas hipótesis de la lógica formal que presuponen una serie de atributos externos e indicios, así como valores de dichos atributos en cada objeto o fenómeno. Partiendo de lo anterior, Bruner introduce dos ideas muy valiosas acerca de la temática que se trata:

- Considera que, ante cada tributo, la persona realiza una predicción tentativa o decisión acerca de si éste posee o no una propiedad dada.
- Esto le permite formular, como paso posterior a la obtención del concepto, la estrategia que para este proceso (la obtención del concepto) se sigue.

El proceso de apropiación de muchos conceptos matemáticos se realiza a largo plazo, otros se elaboran a corto plazo o son introducidos en la fijación de un concepto superior y en eso coinciden los autores de este trabajo con lo planteado por Zilmer (1981) y por Ballester y otros (2002, 2001, 1992), los que refiriéndose al problema de la formación de un concepto realizado a largo plazo distinguen tres fases:

- La primera fase está caracterizada por consideraciones y ejercicios preparatorios.

- La segunda fase consiste en la formación del concepto (esta fase está estrechamente relacionada con el objetivo de capacitar a los alumnos para definir).
- La tercera fase consiste en la asimilación y fijación del concepto.

Los autores consideran necesario que los profesores reflexionen siempre que necesiten introducir un nuevo concepto en:

- ¿Cómo se puede conducir a los alumnos a la formación de nuevos conceptos?
- ¿Debe estar la definición del concepto al inicio o al final de la elaboración?
- ¿Por ser el concepto a elaborar "ideal" o "abstracto" solo puedo emplear la vía deductiva?
- ¿Conocen los estudiantes los representantes del concepto a elaborar?
- ¿El empleo de la vía inductiva o en su lugar, la vía constructiva, contribuye a que los conceptos no sean "débilmente interiorizados" por los estudiantes?

La elaboración de un concepto puede llevarse a cabo mediante dos vías principales, que según Zilmer (1981) son:

Vía deductiva: *En esta se parte de la definición del concepto y mediante el análisis de ejemplos se descubre la extensión y el contenido del concepto. Esta vía conduce de lo general a lo particular.*

El empleo de esta vía ofrece algunas ventajas siempre que estén dadas determinadas condiciones, estas son:

- 1- Los estudiantes conocen los conceptos anteriores que están incluidos en el nuevo concepto a definir.
- 2- El concepto a definir contiene elementos que son comprendidos por los estudiantes.
- 3- Los estudiantes están facultados para realizar un trabajo relativamente alto de abstracción.

Vía inductiva: *En esta se parte de ejemplos, el concepto se desarrolla por medio de descripciones, explicaciones, hasta llegar a la definición, esta última es elaborada paso a paso. Esta vía conduce de lo particular a lo general.*

La vía inductiva es recomendable si al elaborar un concepto paso a paso se favorece la comprensión de la definición por parte de los estudiantes. El empleo de esta vía para la formación de los conceptos del cálculo integral en la disciplina Matemática General, es muy poco empleada pues ello presupone la disposición de

un tiempo que pudiera resultar largo e incluso fatigoso, por este motivo muchos la consideran no apropiada, pues el factor *tiempo* no siempre está al lado del profesor, incluso muchas veces no pueden ponerse a disposición de los sujetos los representantes del concepto, pues estos no los conocen, no obstante se considera que puede ser empleada (siempre que el concepto así lo permita), lo que posibilitaría una mejor *comprensión del concepto* por parte de los estudiantes.

En el caso que ocupa, se ha apreciado que en muchos conceptos matemáticos en particular, los conceptos que son estudiados en el cálculo integral se hace imposible poner a disposición de los estudiantes como objeto de análisis representantes y no representantes del concepto en cuestión, pues al inicio de su formación estos no son conocidos; lo que obliga a que los objetos primeramente tengan que ser construidos. En tal caso se dice que el concepto se forma por vía constructiva. Esta es una modificación de la vía inductiva y su empleo en la formación de los conceptos que deben ser definidos o explicados posibilita, junto a la utilización de métodos productivos (la búsqueda parcial o heurística) que el nuevo objeto sea correctamente asimilado y comprendido por los sujetos.

Como secuencia de pasos para la formación de un concepto por esta vía se sugiere:

- Crear condiciones necesarias que permitan reactivar los medios que tienen implicación en el nuevo concepto a definir.
- Motivar y orientar correctamente hacia el objetivo que nos ocupa.
- Seleccionar un principio adecuado para la construcción de los objetos correspondientes.
- Construir los objetos.
- Analizar los objetos respecto a características comunes y no comunes.
- Establecer un sistema de características necesarias y suficientes.
- Formular la definición o explicación del concepto.

En el apartado siguiente se hace referencia a las definiciones de conceptos.

### Las definiciones de conceptos.

Ha sido establecido al principio que concepto es la reflexión ideal de una clase de individuos, etc., ¿qué es definir?, ¿qué se entiende por definición?

Aunque por definir se entienda nombrar, fijar y enunciar con claridad y exactitud la significación de una palabra, hecho, idea, cosa o proceso, los autores consideran que: *definir es emitir, con ayuda de la palabra, las características necesarias y suficientes que distinguen a un objeto, proceso, una clase, una idea.*

La definición es la reflexión verbal del concepto, es decir, por definición se asume en este trabajo:

- Propositiones que establecen qué es un objeto, cómo surge, para qué sirve, o cómo se reconoce este.
- Reglas que establecen cómo debe ser utilizado un signo verbal.
- Propositiones o reglas que establecen qué debe significar un signo verbal.

Para Zilmer (1981) una definición puede ser representada en general mediante la ecuación: **DEFINIENDUM** = <sup>Def</sup> **DEFINIENS**, donde *en el Definiendum está contenida la expresión que debe ser definida y en el Definiens está contenida la expresión mediante la cual se define.*

El autor citado considera que se pueden diferenciar dos tipos esenciales de definiciones, las *definiciones existenciales* y las *definiciones genéticas*, en el caso de las primeras el objeto a definir existe ya y se le describe a través de sus características, en el caso de las segundas se describe cómo surge el objeto a definir o se expresa cómo se puede obtener el objeto a definir.

En el caso de las definiciones existenciales se destaca que:

- El objeto se define a través del contenido del concepto.
- El objeto se define a través de la extensión del concepto, es decir se enumeran todos los elementos que pertenecen al concepto.
- El definiens se compone de un número de axiomas que deben ser válidos para el objeto a definir (definición axiomática).
- El definiens se compone de una sucesión de indicaciones recursivas (definición inductiva).

Los autores señalan que las definiciones o explicaciones de los conceptos del cálculo integral son definiciones existenciales, pues para cada uno de los conceptos de este cálculo se realiza una descripción de cómo es que surge cada objeto a definir, una vez que se construye dicho objeto.

Es necesario destacar en este momento dos precisiones importantes:

- *Definir* un concepto requiere la elaboración de una definición exacta o rigurosa (formal).
- *Introducir conceptos* significa que los estudiantes conozcan todas las características que definen el concepto, pero no una definición explícita del mismo (informal).

En el desarrollo del definir, en opinión de Zilmer (1981) se diferencian tres niveles, estos son:

1er Nivel: Se prepara a los estudiantes para la formulación del concepto, en este nivel se utilizan procedimientos semejantes a definiciones (esto ocurre en los primeros grados de la enseñanza primaria, entre primer y quinto grados).

2do Nivel: Se trata directamente de definir, se introduce el concepto *definición*, se comparan los conceptos *definición* y *teorema*, se definen algunos conceptos utilizando definiciones existenciales (sexto grado).

3er Nivel: Se capacita a los estudiantes para definir, estos conocen mejor la relación entre *definición* y *teorema*, aplican las definiciones en demostraciones sencillas, las definiciones son formuladas en forma precisa, se definen independientemente conceptos utilizando el concepto superior y las características esenciales (séptimo a duodécimo grados).

Se considera necesario agregar un cuarto nivel, pues este proceso no concluye en el preuniversitario. De esta forma se estarían redimensionando los niveles del definir en la disciplina Matemática General y/o Superior.

4to Nivel: Se continúa potenciando la preparación de los estudiantes para definir conceptos más abstractos (este proceso puede realizarse de forma cooperada o independientemente), se logra mayor claridad en la relación entre definición y teorema, comprenden perfectamente las diferencias que se establecen entre: una definición rigurosa (formal) de un concepto, una explicación de este y una definición informal de un concepto, aplican definiciones anteriores para definir nuevos conceptos, se realizan valoraciones sobre la transferencia de la vía seguida, (las definiciones son utilizadas en demostraciones de teoremas, y en fundamentaciones).

En la elaboración de conceptos y sus definiciones resulta significativo destacar que se pueden distinguir tres fases, es decir, *consideraciones y ejercicios preparatorios*, *la formación del concepto* y *la asimilación del concepto*. Según Jungk (1982, 1981, 1979)

la estructura total del proceso de elaboración de un concepto consta de las siguientes fases:

- Primera Fase: *Consideraciones y ejercicios preparatorios*. Estos comienzan mucho antes de la introducción del concepto, mediante ellos los estudiantes se familiarizan con fenómenos y formas de trabajo correspondientes. Por ejemplo, antes de introducir el concepto integral indefinida ya los estudiantes conocen los conceptos de derivada, de diferencial han identificado estos y además han realizado tales conceptos, esto se ha realizado mucho antes de que el trabajo con el concepto y la definición de integral indefinida se convierta explícitamente en el objeto de enseñanza.
- Segunda fase: *Formación del concepto*. Es la parte del proceso que conduce desde la creación del nivel de partida, la motivación y la orientación hacia el objetivo, y que pasa por la separación de las características comunes (necesarias y suficientes) y no comunes, hasta llegar a la definición o explicación del concepto (esta fase está estrechamente relacionada con el objetivo de capacitar a los estudiantes para definir).
- Tercera fase: *Asimilación del concepto o fijación del concepto*. En esta fase se realizan las ejercitaciones, profundizaciones, sistematizaciones y aplicaciones y repases del concepto que siguen a la formación del mismo (en esta fase los estudiantes asimilan el contenido del concepto, ante todo a través de acciones mentales y prácticas dirigidas hacia ese objetivo).

En este sentido se agrega una cuarta fase, en correspondencia con lo abordado anteriormente pues en la Educación Superior se realizan generalizaciones y profundizaciones de los conceptos.

- Cuarta fase: *Generalización y profundización de conceptos*. Esta fase corresponde a la generalización del concepto una vez que se modifican determinadas condiciones de un concepto invariante.

En este proceso intervienen no solo el profesor y los estudiantes, pueden establecerse importantes relaciones incluso entre los propios estudiantes, y el profesor para el logro del objetivo propuesto. Es en el medio social de la clase, donde se produce un proceso constante de interacciones que permiten los avances tanto colectivos como individuales en el campo del saber que se analiza.

A partir de las valoraciones realizadas por los autores de este trabajo, resulta importante que se destaque que se pueden encontrar conceptos de diferente naturaleza, de ahí que estos puedan ser agrupados o clasificados desde el punto de vista metodológico de diferentes maneras, lo cual será valorado en el siguiente apartado.

### Clasificación de los conceptos matemáticos desde el punto de vista metodológico. Una propuesta para los conceptos del Cálculo integral.

Varias son las posiciones de los diferentes autores al realizar una clasificación de los principales conceptos matemáticos, aunque merece señalar que entre ellos hay puntos de coincidencia.

Para Gamboa (1996), las experiencias con los "objetos" (entiéndase: cosas reales o mentales, acciones sobre cosas, relaciones entre cosas y sistemas de cosas organizadas), configuran entonces la formación de diferentes tipos de conceptos matemáticos. Cada tipo supone un mayor proceso de abstracción en el estudiante y por lo tanto se sustenta en los tipos anteriores. Él considera que se pueden distinguir cuatro tipos de conceptos matemáticos:

Conceptos de conjuntos	Conceptos de operaciones	Conceptos relacionales	Conceptos estructurales
Se forman mediante experiencias sobre objetos de cualquier naturaleza.	Se forman mediante la experiencia sobre operaciones con los objetos.	Se forman mediante la experiencia sobre las relaciones entre los objetos.	Se forman mediante la experiencia sobre organizaciones de objetos en estructuras

Según Zilmer (1981) y Ballester y otros (2002, 2001, 1992), en matemáticas se diferencian tres tipos de conceptos, estos pueden ser clasificados como sigue:

Conceptos de objetos	Conceptos de operaciones	Conceptos de relaciones
Designan clases de objetos reales que se pueden caracterizar por medio de representantes.	Designan las acciones que se efectúan con los objetos.	Refleja las relaciones existentes entre los objetos.

Los autores Bruner, Betancourt y otros colaboradores (citado por Betancourt (2006)), estudiaron tres tipos de conceptos, los denominaron de la siguiente manera:

Conceptos conjuntivos	Conceptos disyuntivos	Conceptos relacionales
Es aquel cuyos atributos relevantes están todos presentes al mismo tiempo.	Es el que se define por la presencia de uno cualquiera de sus atributos relevantes.	Surge cuando los atributos definitorios se relacionan entre sí.

Se aprecia que los autores citados concuerdan en considerar en sus clasificaciones los conceptos relacionales y dos de ellos ven la presencia de conceptos de operaciones.

El autor de este trabajo coincide con estos autores, en especial con Zilmer (1981) y con Jongk (1982, 1981, 1979), quienes son citados por Ballester y otros (2002, 2001, 1992), pues estos consideran que es de gran utilidad subdividir la variedad de conceptos, estas diferencias son meramente metodológicas, pues desde el punto de vista lógico no hay tales diferencias.

Se hace necesario destacar que autores como Rodríguez (1983) propone se de una explicación del concepto, una vez que se ha definido el concepto de integral definida o propia. En cualquiera de los casos se aprecia que la definición del concepto en si no permite su aplicación concreta, es decir, no aportan un procedimiento de trabajo; resultaría en extremo complejo calcular una integral definida utilizando la definición, similar situación ocurre en los demás casos.

Se comprende que esto motiva la necesidad del empleo de ciertos algoritmos que permitan la realización del cálculo, prescindiendo de esta manera de las correspondientes definiciones de estos conceptos que se han mencionado, pero no resulta suficiente, pues es criterio del autor de este trabajo que se degenera la formación de los conceptos, máxime si se ha empleado para ello solamente la vía deductiva en la formación del concepto en sí, relegándose de esta manera a un segundo o tercer plano el concepto y por tanto ponderándose el algoritmo para el cálculo, a ello debe agregársele que los procesos de asimilación, fijación y solidez de los conocimientos también pudieran ser degenerados por el motivo que se ha explicado ya, es decir, no quedan huellas a nivel mental cuando el conocimiento se ofrece de forma acabada.

El autor de esta investigación considera que perfectamente se puede dar una clasificación para los conceptos del cálculo integral, facilitándose desde el punto de vista metodológico su tratamiento. Se propone la siguiente clasificación:

Conceptos operacionales-relacionales	Conceptos generalizadores
El objeto se obtiene a partir de las operaciones y relaciones que se establecen entre los objetos: Ejemplos: Integral indefinida, integral definida o propia.	Los objetos se obtienen como resultado de modificar las condiciones a un objeto anteriormente formado: • Integrales impropias, integral doble, integral triple, integral curvilínea. (Generalizaciones del concepto integral definida). • Integrales de superficies (Generalización del concepto integral doble)

Tal clasificación es puramente metodológica pues desde el punto de vista lógico estos conceptos no difieren, pero ayudaría al profesor a hacer mapas conceptuales para la fijación y asimilación de estos conceptos, así como compartir con sus estudiantes la forma de obtener cada uno de los objetos una vez concluido el proceso y otros aspectos de interés.

Varias son las razones que motivaron el interés de esta investigación, lo que respecta al proceso de formación conceptual que es abordado en la disciplina Matemática General en el primer año de Ingeniería Industrial y al hecho de que mediante este proceso es posible realizar contribuciones al proceso de formación de habilidades profesionales en general. En el apartado siguiente son abordados elementos importantes de la escuela socio-cultural de Vigotsky y su implicación en el tratamiento de conceptos.

### Vigotsky, sus ideas en torno al proceso de formación de conceptos.

En opinión de del Río (2006), fue Bruner quien atinadamente definió a Freud, Piaget y a Vigotsky como las tres figuras que revolucionaron la teoría del desarrollo humano y, por consiguiente, los modelos educativos derivados de ella, cada uno marcado por su propia visión histórica; el primero vuelto hacia el pasado, el segundo hacia el presente y el último hacia el futuro. Aunque estos tres autores coinciden en su concepción dinámica y dialéctica de la experiencia siempre cambiante que nos conforma en lo que somos, la perspectiva elegida matizó sus análisis con pesimismo en Freud, con prudente distancia en Piaget y con optimismo idealista en Vigotsky. García (2007) refiere que junto con Piaget y Bruner, Vigotsky, forma parte de la escuela más avanzada del pensamiento psicológico constructivista. Algunas de las aportaciones más importantes que hizo Vigotsky a la psicología y a la educación tienen que ver con el proceso de construcción del conocimiento en los niños, la influencia del aprendizaje en el desarrollo, la importancia del contexto social y el lenguaje en el mismo.

Una de las grandes aportaciones que hizo Vigotsky al área de la educación fue su concepto denominado zona de desarrollo próximo, que es el área que existe entre la ejecución espontánea que realiza el niño o el adolescente utilizando sus propios recursos y el nivel que puede alcanzar cuando recibe apoyo externo. Es en esta zona de desarrollo próximo donde la educación debe intervenir. La interacción social no debe darse exclusivamente con los maestros sino con quienes pertenecen a su contexto sociocultural. En esta zona los estudiantes interactúan con quienes pueden ejercer una influencia formadora en ellos, es decir, además

del maestro, los padres, los medios masivos de comunicación, su entorno comunitario, etc.

Los autores señalan que la importancia de este concepto está en la diferencia que se establece entre lo que el estudiante es capaz de hacer por sí solo, el autoaprendizaje, y lo que es capaz de hacer o aprender con la ayuda de una persona más experta. Relación que se visualiza en la figura siguiente:



Si los estudiantes pueden realizar acciones por sí solos, no es necesario ayudarlos, pero con la ayuda del profesor pueden realizar otras acciones más complejas: se está en la zona de desarrollo próximo. Precisamente esta idea es tenida en cuenta para realizar la construcción de cada uno de los representantes de los diferentes conceptos del cálculo integral, pues con la ayuda que propicia el profesor los estudiantes por sí solo o entre ellos dan pasos de avance en la solución de las tareas que le son encomendadas.

La enseñanza, no debe estar dirigida hacia aquellas funciones que ya han madurado hacia ciclos concluidos del desarrollo, sino que debe dirigirse a las funciones que están en proceso de maduración; esto permitirá un buen aprendizaje, una enseñanza desarrolladora.

Los autores son consecuentes con lo planteado por Bravo (2002) al considerar que cuando Vigotsky describe el concepto de zona de desarrollo próximo le preocupa tanto la evaluación (psicológica) de las capacidades cognitivas del individuo, como la evaluación (pedagógica) de las prácticas educativas. Su preocupación, en el último caso, estaba dirigida hacia las prácticas escolares habituales en las que era frecuente, tanto la despreocupación por el nivel de desarrollo alcanzado por la persona, de modo que la instrucción operaba fuera del alcance de este o más allá de la zona de desarrollo próximo, como la minusvaloración de su potencial de aprendizaje, de modo que la instrucción se limitaba a actuar dentro de la zona de desarrollo real y no tiraba del desarrollo.

Lo esencial a tener en cuenta en una aproximación metodológica de la zona de desarrollo próximo es que permita explicar

el presente del sujeto y evaluarlo correctamente, uniéndolo a un pronóstico realmente constructivo y educativo, cuyos apoyos en la zona de desarrollo próximo pueden ser diseñados con el máximo de precisión.

Así, Del Río (2006) explica que de acuerdo con la definición de zona de desarrollo próximo, las experiencias de aprendizaje no se diseñarían ya exclusivamente sobre el nivel de desarrollo alcanzado por el sujeto (evaluado por cualquier instrumento psicológico diseñado exprofeso); sería deseable que se incluyeran también aquellas experiencias de enseñanza-aprendizaje más difíciles pero resolubles con un poco de ayuda de otros más capaces. De ser una experiencia individual, el aprendizaje se convertiría en un proceso social, donde los otros podían ser agentes de desarrollo.

El razonar juntos, el monitoreo en la ejecución de una tarea como estrategia de avance, implicaba que aquellas funciones que se pensaban como internas (pensamiento, lenguaje) tuvieran un origen social.

Refiriéndose al aprendizaje significativo por otra parte, Vigotsky (1988) considera muy importante el binomio actividad- mediadores, en tal sentido expresa que en el ciclo de la actividad se distinguen dos tipos de mediadores:

- a) Las herramientas que actúan directamente sobre los estímulos, modificándolos.
- b) Los signos, que modifican al propio sujeto y a través de este a los estímulos.

Según Vigotsky los instrumentos de mediación, incluidos los signos, son proporcionados por la cultura y por el medio social.

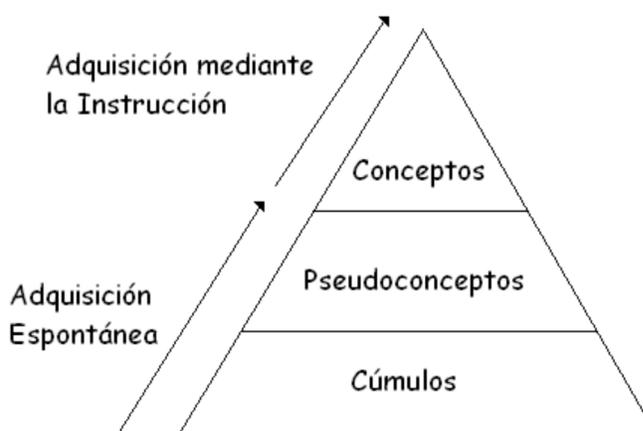
Si bien para Vigotsky los significados provienen del medio social externo, éstos deben ser asimilados e interiorizados por cada niño concreto. Él considera que los signos se elaboran en interacción con el ambiente, el que está integrado por objetos y personas que median en la interacción del niño con los objetos.

El desarrollo de Vigotsky incorpora de modo claro y explícito la influencia del medio social, aprendizaje y desarrollo son pues para Vigotsky procesos independientes, pero de acuerdo a la ley de doble formación, el proceso de aprendizaje consiste en una internalización progresiva de los objetos mediadores, en consecuencia, el aprendizaje precede temporalmente al desarrollo, es decir, sus ideas se basan en que el aprendizaje debe ser considerado como un factor del desarrollo.

El aprendizaje es una actividad social y no sólo un proceso de realización individual (como hasta el momento se pensaba), una actividad de producción y reproducción del conocimiento

mediante el cual la persona asimila los modos sociales de actividad y de interacción, el individuo aprende modos de actuación humana mediante la actividad y la comunicación.

Vigotsky tiene ideas muy claras y profundas sobre la formación de conceptos, en sus estudios sobre este particular, parte de la idea que dicha formación no puede reducirse a meras conexiones asociativas, él establece así una pirámide en la cual jerarquiza diferentes formas de conocimiento.



Como puede apreciarse Vigotsky distingue entre conceptos espontáneos y conceptos científicos (los adquiridos mediante un proceso de instrucción).

- *Conceptos espontáneos*
  - 1- *Cúmulos no organizados (conglomeraciones sincréticas)*: agrupación de objetos dispares sin ninguna base común. La etapa se caracteriza por el uso de palabras como "nombres propios".
  - 2- *Pseudoconceptos*: Agrupan objetos adecuadamente pero a partir de rasgos sensoriales inmediatos, sin que el sujeto tenga una idea precisa de los rasgos comunes de los objetos. Los pseudoconceptos no sólo aparecen en el pensamiento infantil, porque aunque a partir de la adolescencia, los sujetos ya son capaces de formar auténticos conceptos, los adultos conviven simultáneamente con ambas formas de pensamiento. En la medida en que los pseudoconceptos se basan en una generalización de rasgos generales, éstos son una vía en el camino de la formación de los conceptos genuinos, además de generar conceptos potenciales o la abstracción de un rasgo constante en una serie de objetos.

- *Conceptos científicos*
- 3- Estos son los conceptos científicos adquiridos a través de la instrucción. Se caracterizan por:
  - a) Forman parte de un sistema.
  - b) Se adquieren a través de una toma de conciencia de la propia actividad.
  - c) Implican una relación espacial con el objeto basada en la internalización de la esencia del concepto.

Los conceptos del cálculo integral pertenecen a los denominados conceptos científicos señalados por Vigotsky, pues son adquiridos a través de la instrucción.

Dado que los conceptos científicos son adquiridos mediante la instrucción, siguen el camino inverso seguido por los espontáneos, esto es mientras que los primeros van de lo abstracto a lo concreto, los segundos van de lo concreto a lo abstracto.

La gran virtud del trabajo de Vigotsky no solo es diferenciar esos dos sistemas conceptuales y los mecanismos mediante los cuales se adquieren, sino volver a unirlos una vez diferenciados.

Los datos disponibles respecto al aprendizaje de conceptos científicos en adolescentes o estudiantes universitarios, demuestran que la asimilación es bastante más difícil e infrecuente que lo que el optimismo de las ideas de Vigotsky parece suponer. En efecto, no solamente los adolescentes, muchos adultos sostienen concepciones erróneas respecto a temas científicos ya sean físicos, biológicos, sociales o históricos.

Aunque Vigotsky defiende una estrecha relación entre aprendizaje e instrucción, no especifica qué tipos de aprendizajes son los que favorecen efectivamente la adquisición de conceptos y cuáles no.

## CONCLUSIONES

- El análisis de las concepciones teórico-metodológicas que sustentan el proceso de enseñanza aprendizaje de la disciplina Matemática General en el primer año de las carreras de ingeniería permiten declarar que este debe ser concebido con una visión sociocultural que posibilite la formación, desde lo curricular de las habilidades profesionales que deben ir potenciándose desde este año.
- La incorporación de un nuevo nivel en el desarrollo del definir resulta de vital importancia pues en Matemática General son tratados conceptos más abstractos, se emplean términos tales como *definición rigurosa (formal)*, *definición informal*,

además a partir de la definición de un concepto invariante, son definidos conceptos variantes de este.

- La incorporación de una nueva fase en la estructura total del proceso de elaboración de un concepto permite realizar con éxito los procesos de generalización y profundización de un concepto al obtenerse nuevos conceptos a partir de modificar las condiciones del concepto invariante.
- La clasificación de los conceptos del cálculo integral propuesta se realizó teniendo en cuenta la naturaleza propia de los conceptos de este cálculo, así como las relaciones que se establecen entre estos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ballester Pedroso, Sergio, y otros. (2002). Metodología de la enseñanza de la Matemática II. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.
- \_\_\_\_\_. (2001). Metodología de la enseñanza de la Matemática I. La Habana: Pueblo y Educación, 2001.
- \_\_\_\_\_. (1992). Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tomos I y II. Ed. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. Cuba.
- Betancourt, Julián y Valdez, Ma. D. "Jerome Bruner: uno de los precursores de los estudios sobre estrategias cognitivas". [En línea]. Disponible en: <http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/06/6betan.html> [Consulta: 12 enero 2006]
- Bravo Estévez, M. L. (2002). Una propuesta didáctica para el desarrollo de la habilidad "demostrar". Tesis de Maestría, Universidad de Cienfuegos. (Cuba).
- \_\_\_\_\_. (2002). Una estrategia didáctica para la enseñanza de las demostraciones geométricas. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Universidad de Oviedo. (España).
- Campistrous Pérez, L (1994). Lógica y Procedimientos Lógicos del Aprendizaje. La Habana; ICCP. 26h
- Del Río Lugo, Norma. "Bordando sobre la zona de desarrollo próximo". [En línea]. Disponible en: <http://educacion.jalisco.gob.mx/consulta/educar/09/9riolugo.html>. [Consulta: 12 enero 2006]
- García Ramos, Ramón (2007). "El constructivismo educativo de Vigotsky". [En línea]. Disponible en: <http://www.lajornadajalisco.com.mx/2007/07/18/index.php?section=opinion&article=002a1pol> [Consulta: 8 de febrero de 2008]
- Guetmanova, A. (1989) Lógica. Biblioteca del estudiante. Moscú: Editorial Progreso. 356p
- Jungk, Werner. (1982). Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática III. La Habana: Pueblo y Educación, 1982.
- \_\_\_\_\_. (1981). Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática II. La Habana: Pueblo y Educación, 1981.
- \_\_\_\_\_. (1979). Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática I. La Habana: Pueblo y Educación, 1979.
- López, Marisa Olga. (2002) "Conductismo y cognitivismo: ruptura entre dos teorías. Análisis de los programas conductista y el procesamiento de la información. La adquisición de conceptos de acuerdo a estos dos enfoques". [En línea]. Disponible en: <http://www.elprisma.com/apuntes/pedagogia/conductismocognitivismo/default3.asp>. [Consulta: 14 octubre 2007]
- Vigotsky, L.S. (1988). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores, Grijalbo, Barcelona.
- Zilmer, Wolfgang. (1981) Metodología de la enseñanza de la Matemática I. Tres partes. Ed. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.