49

Fecha de presentación: marzo, 2021
Fecha de aceptación: mayo, 2021
Fecha de publicación: julio, 2021

APLICABILIDAD

DE LA LEY DE BENFORD A LA DETECCIÓN DE FRAUDES

APPLICABILITY OF BENFORD'S LAW TO FRAUD DETECTION

Pedro Manuel Cabeza García[1]
E-mail: pedroca07@yahoo.es
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0748-906X
[1] Universidad Metropolitana. Ecuador.

Cita sugerida (APA, séptima edición)

Cabeza García, P. M. (2021). Aplicabilidad de la Ley de Benford a la detección de fraudes. *Revista Universidad y Sociedad*, 13(4), 461-467.

RESUMEN

El presente artículo científico es producto de la primera etapa de un proyecto de investigación que tiene como finalidad aplicar la Ley de Benford a la detección de fraude a las encuestas que son utilizadas en cualquier tipo de investigación, en el primer momento se realizó una revisión heurística de la bibliografía científica que trate del tema de la detección de fraude en el mundo de las investigaciones científicas aplicando la Ley de Benford, a través de su ley de los números anómalos y su distribución logarítmica. Con un enfoque exploratorio se revisó parte de la población documental bibliográfica disponible como muestra, sin pretender agotar dicha revisión, lográndose llegar a dar respuesta a la meta fijada como conclusión, de que la Ley de Benford es posible su aplicación en la detección de fraudes llámese errores involuntarios como voluntarios buscando un resultado deseado.

Palabras clave: Investigación, fraude, validar, encuesta, confiabilidad.

ABSTRACT

This scientific article is the product of the first stage of a research project that aims to apply Benford's Law to the detection of fraud to surveys that are used in any type of research, at first a heuristic review was carried out of the scientific bibliography that deals with the subject of fraud detection in the world of scientific research applying Benford's Law, through its law of anomalous numbers and their logarithmic distribution. With an exploratory approach, part of the bibliographic documentary population available as a sample was reviewed, without trying to exhaust said review, managing to respond to the goal set as a conclusion, that Benford's Law is possible to be applied in the detection of fraud. involuntary mistakes as volunteers seeking a desired result.

Keywords: Investigation, fraud, validate, survey, reliability.

INTRODUCCIÓN

En el mundo de la investigación científica es necesario la confiabilidad de la investigación y sus resultados, los cuales van a dar cuenta de las aplicaciones en los campos de la vida diaria y sus ciencias aplicadas, esto va a darle transferibilidad a los conocimientos puestos a prueba en las investigaciones, por eso se hace necesario que los mismos sean resultados serios y creíbles, ya que se pondrán en práctica y de allí resultaran exitosos los procesos, erróneos o falsos, trayendo pérdida de tiempo, recursos y hasta posibles pérdidas humanas, lo más grave.

En las investigaciones básicas y aplicadas es necesario el uso del desarrollo científico y tecnológico que generen soluciones a problemas específicos de la sociedad, que al ser investigados y sometidos a pruebas terminan con hallazgos y respuestas a tales planteamientos, dándole rigor científico a dicha experiencia.

El sector público y privado requieren de información valida y confiable para la toma de decisiones, y al recolectarlas a través de datos éstos deben ser una representación de la realidad, adicionalmente en la recolección de datos a través de instrumentos que recojan información de la población en estudio, al momento de procesar la misma se pueden cometer errores involuntarios como voluntarios, como manipular los datos buscando un hallazgo deseado.

La Ley de Benford (LB) que también es conocida como la Ley de los números anómalos asegura que, en toda colección de números de la vida real, los dígitos iniciales de los números no son equiprobables, es decir aquellos números que empiezan por el dígito 1 ocurren con mayor frecuencia, seguidos de los que empiezan por el 2, hasta el 9 que es el menos frecuente, esto indica que a medida crece el valor del primer dígito, más improbable es que éste forme parte de un número. Este hecho, que se admite como ley, se puede aplicar a datos relacionados con el mundo natural o con elementos sociales.

La ley se ha propuesto como un posible test de evaluación de resultados obtenidos, ya sea por medios analíticos o de simulación, mediante modelos matemáticos en los que intervienen datos que verifiquen la distribución logarítmica propuesta por la Ley de Benford, como, por ejemplo: En los resultados de elecciones presidenciales y datos fiscales como la declaración de impuesto sobre la renta. En este sentido se ha utilizado para detectar posibles situaciones de fallos e irregularidades.

La aplicación de ley de Benford ha sido de gran ayuda como herramienta analítica en áreas como las finanzas, auditorías, dimensiones geográficas y sobre todo en la detección de fraudes electorales.

El fraude sea voluntario o involuntario, puede llegar a ser completamente impredecible en los seres humanos y cualquier persona puede incurrir en esta falta, aunque nunca se le haya pasado por la mente.

De todo lo antes expuesto cabe preguntarse ¿es aplicable la Ley de Benford a un conjunto de datos resultados de una investigación científica con la finalidad de probar la fiabilidad de estos?

Patrick (1998), afirmó que una de las principales aplicaciones de esta Ley está en la detección de fraude, en 1992 se determinó que los datos financieros encajaban perfectamente en la Ley de Benford, lo cual resultó bien importante en la detección de fraude en las finanzas, entre estas, la declaración de impuestos. También es importante su uso en la detección de cambios en las cifras reportadas por Empresas o personas naturales, en años consecutivos, lo que indicaría que algo puede no andar bien; esta detección temprana ayudaría al ahorro de tiempo, dinero y evasiones. Por otra parte, científicos belgas han utilizado la ley para la detección de irregularidades en casos clínicos y otros en la verificación de datos demográficos.

La ley de Benford, enunciada en 1938, también conocida como la ley de los números anómalos afirma que, en una serie de números de la vida real, los dígitos iniciales de los mismos no tienen la misma probabilidad, es decir los números que empiezan por el dígito 1 tienen mayor frecuencia de aparición, seguidos de los que empiezan por el 2, así sucesivamente hasta llegar al 9, el cual es el que tiene menos probabilidad de aparecer. Esto quiere decir, que mientras aumenta el dígito, es menos frecuente que aparezca en el número. Esta ley se puede aplicar a datos relacionados con el mundo natural o con eventos sociales.

Esta ley está basada en la teoría de las probabilidades y encontró experimentalmente que la probabilidad de que el primer dígito no nulo "n" en una muestra de números extraídos del mundo real aparece con una probabilidad logarítmica.

Newcomb (1881), enunció verbalmente una relación o ley logarítmica: ***"la ley de probabilidad de ocurrencias de un número es tal que las mantisas de sus logaritmos son equiprobables".***

Matute (2010), explica ***"que el primer dígito significativo de un número positivo es el dígito no nulo que aparece más a la izquierda en su expresión decimal".*** Por ejemplo, el primer dígito significativo de π es 3, el de 2.371,50 es 2 y el de 0,00563 es 5. Además, concluyó que la probabilidad de los dos primeros dígitos significativos (base10) satisfacen las siguientes relaciones:

Prob. (primer dígito significativo = d1) = (1+d1-1), d1 = 1, 2, …9

Prob. (segundo dígito significativo = d2) =∑ (= 1, 2,9

Newcom no aportó ninguna explicación matemática para su descubrimiento, lo anotó como una simple curiosidad. Fue entonces hasta 1938, cuando el físico Frank Benford se dio cuenta del mismo patrón de comportamiento. Estudió 13.779 números de 17 muestras de todo tipo: datos fluviales, constantes, magnitudes físicas y químicas, direcciones de personas, entre otras. Con esos datos determinó la frecuencia de aparición del primer dígito en cada una de las muestras y calculó el promedio de todas juntas. Belford encontró que aun mezclando los datos, que los resultados encajaban en la ley que Newcom había descubierto años atrás: el 30% empezaban por1, el 18% por2, el 12% por 3 (Figura 1). Había comprobado las observaciones de Newcom, pero no tenía una explicación sobre estos resultados.

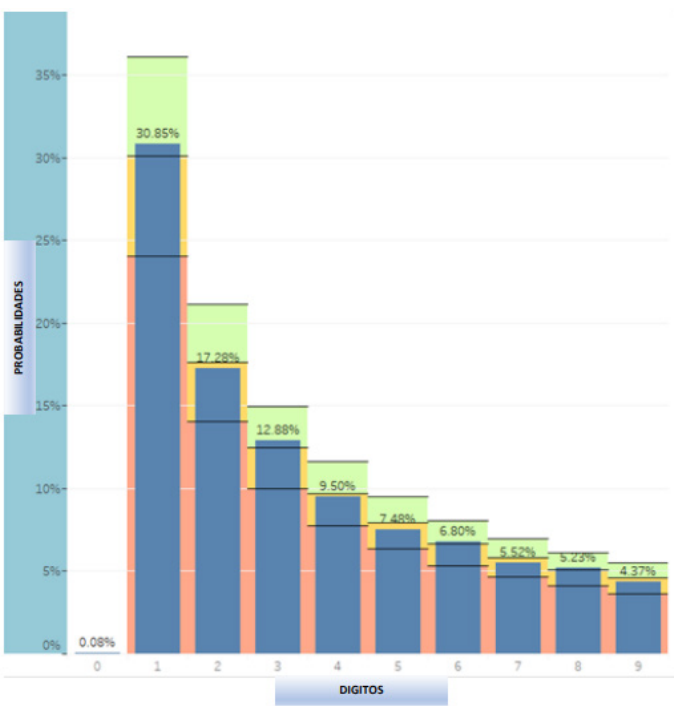

Figura 1. Distribución logarítmica de los dígitos.

Pinkham (1961), matemático de New Jersey en 1961, contribuyó a la explicación de los resultados, suponía que debería existir una ley de frecuencias de dígitos y que debería ser universal, indistintamente si miden dólares, Colones o Yenes, o si se miden longitudes en centímetros, pulgadas, metros o kilómetros (invariabilidad).

Raimi (1969), fue quien demostró a través de un fundamento matemático la independencia de escala de la Ley de Benford e intenta explicaciones intuitivas de la invariabilidad. En la misma década, fue Theodore Hill quien realizó un trabajo probabilístico para esta ley, extendió la invarianza de escala a invarianza de base e introdujo un nuevo camino para considerar la ley de Benford, o sea indistintamente la escala de medición que se use para medir por ejemplo la superficie de un lago o terreno, sea en metros, kilómetros, pies, yardas cuadradas la ley de Benford se podrá aplicar a cualquiera de los tipos de mediciones.

La expresión de la Ley de Benford, establece que la probabilidad de que el primer dígito de una magnitud sea un dígito determinado “n”, es:

con n= 1,2,3…9

Una extensión de la fórmula y generalizada para cualquier conjunto de “n” primeros dígitos es la siguiente:

P (n1n2 ... nn) = log10(1 +1/n1n2 ... nn).

Esto indica, por ejemplo, que para la probabilidad de los dos primeros dígitos del par 37, es igual a:

P (37) =Log10 (1+1/37) x100= 1,16%

Datos que satisfacen la Ley de Benford.

Ayllón & Perera (1997), explican que es evidente que la Ley de Benford no se verifica en todos los posibles conjuntos de datos numéricos como es el caso de aquellos procedentes de distribuciones uniformes (números de lotería) o normales (edades de personas). Tampoco puede verificarse la ley cuando los datos tienen limitado el valor del dígito inicial (dígitos iniciales de los precios de muchos productos suelen restringirse a unos pocos valores, muchas veces uno solo, por razones comerciales y de mercado).

Existe una fuerte dependencia en cuanto a la naturaleza de los datos; es seguro que números como los telefónicos o los de documentos de identidad no siguen la distribución logarítmica pues se asignan arbitrariamente no para medir una determinada característica de un objeto sino con el propósito de identificarlo y distinguirlo de otros objetos semejantes.

Considerando exclusivamente datos de origen matemático se ha comprobado que los números procedentes de evaluar funciones comunes como x^2, $x^{½}$ ó 1/x no verifican la ley al contrario que la exponenciación o el producto o división de un elevado número de números aleatorios uniformemente distribuidos o sus recíprocos que en el límite presentan la distribución logarítmica. Por experimentación se ha obtenido el mismo resultado referido a los coeficientes binomiales y a los números factoriales lo que luego se ha justificado teóricamente junto con los números primos y sus logaritmos. También se ha verificado la ley para los términos de la sucesión de Fibonacci.

En los datos utilizados por Benford para derivar la ley, pronto se observó que, aunque muchas muestras de datos no verifiquen estrictamente la distribución logarítmica de los primeros dígitos sí lo hace la unión de todas ellas o al menos una muestra lo suficientemente grande de ese total, siempre que los datos de origen no sean homogéneos en cuanto a sus distribuciones subyacentes, sino que presenten una alta variabilidad de ellas. Esto ha sido comprobado por experimentación repetidas veces y recientemente se ha encontrado una elegante justificación teórica.

Variables cuyos datos se han probado y cumplen con la Ley de Benford, entre estos se tienen: Estadísticas de beisbol, constantes y magnitudes físicas y químicas, poblaciones, pagos de impuestos sobre la renta, dimensiones geográficas, desintegración de las partículas radioactivas alfa, magnitudes económicas, sociales, entre otras. Entre los que no siguen la ley de Benford se encuentran: datos provenientes de distribuciones uniformes (loterías), datos sobre edades de las personas (distribuciones normales), números telefónicos, datos de identidad, números procedentes de evaluar funciones cuadráticas, raíces, entre otras.

MATERIALES Y MÉTODOS

El camino transitado para darle respuesta a la presente investigación se basó en la revisión heurística de literaturas referente a la aplicación de la Ley de Benford a diferentes fenómenos, con la finalidad de detectar fraudes de varios tipos y manipulación en la recogida de datos de investigaciones.

Se apoyó en una investigación con base documental con el propósito de ampliar y profundizar sin pretender agotar el conocimiento de la aplicación de la Ley de Benford en la detección de fraudes en la investigación científica, basándose en fuentes bibliográficas y documentales existentes del tema en estudio.

Con un enfoque exploratorio se recogió una serie de hechos y situaciones relacionadas con la Ley de Benford y el fraude.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

A continuación se presentan los resultados de las investigaciones mas recientes sobre la aplicación de la Ley de Benford en varias áreas de las ciencias. Iniciando con Amruthnath (2020), concluye que *"la Ley de Benford es una de las técnicas más subestimadas y ampliamente utilizadas que se utilizan comúnmente en diversas aplicaciones. El IRS de los Estados Unidos no confirma ni niega su uso de la ley de Benford para detectar cualquier número de manipulaciones en la declaración del impuesto sobre la renta. Al otro lado del Atlántico, la UE es muy abierta y reivindica con orgullo su uso de la ley de Benford".*

Hoy en día, esto es ampliamente utilizado en la contabilidad para detectar cualquier fraude. Nigrini, profesor de la Universidad de Ciudad del Cabo, también utilizó esta ley para identificar discrepancias financieras en el estado financiero de Enron. En otro caso, Jennifer Golbeck, profesora de la Universidad de Maryland, fue capaz de identificar cuentas de bots en Twitter usando la ley de Benford. Xiaoyu Wang de la Universidad de Winnipeg incluso publicó un informe sobre cómo usar la ley de Benford sobre imágenes. En el resto de este artículo, tomaremos sobre la ley de Benford y cómo se puede aplicar usando R.

Aplicación de la LB en la detección de fraudes en elecciones presidenciales, Según Australia (2020), *"a medida que el escrutinio de votos para las elecciones presidenciales de 2020 continúa, varios hechos sugieren fraudes rampantes en los votos de Joe Biden. También lo hacen las matemáticas en términos de los votos de los distritos electorales. La ley de Benford o la ley de primer dígito, se utiliza para comprobar si un conjunto de números se produce naturalmente o se fabrican manualmente. Se ha aplicado para detectar los fraudes electorales en las elecciones iraníes de 2009 y varias otras solicitudes, incluidas las investigaciones forenses".*

En las finanzas públicas la LB ha servido para detectar un llamado de atención en las auditorias cuando las distribución de los datos no sigue la distribución logaritmica de la LB. Para Barone, et al. (2020), los *"auditores externos suelen ser elegidos y pagados por el agente que está siendo auditado y esto puede conducir a un conflicto de intereses significativo y a auditorías menos estrictas. Investigamos el efecto de un nuevo mecanismo de asignación aleatoria, según el cual, a partir de 2012, los auditores de los municipios italianos han tenido que ser elegidos mediante un sorteo aleatorio de un gran grupo de expertos. Al explotar la aprobación escalonada de la nueva regla de asignación entre municipios, nuestras estimaciones de diferencia en diferencias muestran que el nuevo régimen implica un empeoramiento de las finanzas públicas reportadas por los municipios, en términos de superávit presupuestario de la probabilidad de estar en dificultades financieras. El efecto se debe en gran medida a los municipios dotados de un menor capital social, por* *lo que se indica que la asignación aleatoria es de alguna manera un sustituto de la solución del problema del conflicto de intereses. En estos municipios, también encontramos que el nuevo mecanismo reduce algunos indicadores de detección de fraude basados en la ley de Benford".*

Mas aporte a las finanzas como lo expresan Bartulović & Mitrović (2020), en su conferencia: *"Los contadores forenses en su trabajo principalmente en la detección de fraude utilizan diversas técnicas de investigación y análisis para identificar indicadores de fraude y posibles áreas de fraude. Diferentes formas de análisis digital se utilizan en las investigaciones forenses, y una de las formas de análisis digital que ha ganado una aplicación significativa en el campo de la auditoría, así como en el campo de la contabilidad forense es la ley de Benford. Con esta ley, los forenses estrechan el área de búsqueda de fraude y detectan áreas de posibles irregularidades en los estados financieros. La ley de Benford o la ley del primer dígito se basa en el hecho de que ciertos números aparecen más a menudo que otros en diferentes conjuntos de datos. Por ejemplo, el número 1 tiene la mayor probabilidad de aparecer en la posición del primer dígito, mientras que el número 9 tiene menos posibilidades de aparecer como el primer dígito. Al analizar los diversos conjuntos de datos que acompañan a la distribución de Benford, los expertos forenses identifican anomalías y desviaciones de la ley de Benford y proporcionan orientación sobre las áreas donde se requieren investigaciones forenses más detalladas".*

En este artículo producto de la conferencia los autores exponen a través de un ejemplo práctico la aplicación de la ley de Benford en la detección de fraudes y describen las principales ventajas y desventajas de esta forma de análisis digital en el campo de la contabilidad forense.

Como investigación y aplicación en la estadística, Benford (2020), comenta que *"este documento tiene varios propósitos importantes. El propósito central es describir el "análisis de Benford" de una variable aleatoria positiva y resumir algunos resultados de las investigaciones sobre la dependencia base de las variables aleatorias de Benford. Las principales herramientas utilizadas para obtener estos resultados son la serie Fourier y transformada, y un segundo propósito importante de este documento es presentar una exposición introductoria sobre estas herramientas. Mi motivación para escribir este artículo es doble. En primer lugar, creo que la teoría de las variables aleatorias de Benford y el análisis de Benford de una variable aleatoria positiva son interesantes y merecen ser más conocidos. En segundo lugar, creo que el análisis de Benford proporciona una ilustración realmente excelente de la utilidad de la serie Fourier y se transforma, y revela ciertas interconexiones entre series y transformaciones que no son obvias de la forma habitual en que se introducen estos temas".* (p.1)

Bouchetara & Nassour (2020), exponen que *"en este documento, analizamos la importancia de la auditoría interna contra el fraude bancario para garantizar la estabilidad bancaria, utilizando un enfoque matemático. Explicamos los pasos involucrados en la creación de un plan contra el fraude. A continuación, implementamos dos fases de este plan, a saber, la evaluación del grado de exposición al riesgo de fraude en un gran banco privado en Argelia, y luego proponemos una herramienta para detectar actos fraudulentos, la ley benford. El resultado confirma que la auditoría interna es una función indispensable. Permite al banco tener una sólida garantía de que los riesgos, a los que está expuesto, incluido el riesgo de fraude, están bajo control".*

Burns (2020), citando a Smith (2015), describe una explosión de interés en la ley de Benford, que para los datos de muchos dominios los primeros dígitos tienen una distribución de registro. Pocos estudios han preguntado de manera similar si los números que las personas generan se ajustan a la ley de Benford, pero los datos recientes muestran un ajuste razonable.

Este documento argumenta que las pruebas para adaptarse a la ley de Benford son la pregunta equivocada para los datos de comportamiento, en cambio deberíamos pensar en términos de un "sesgo de Benford" en el que la distribución de primer dígito está distorsionada hacia la ley de Benford. Proponemos calcular el tamaño del efecto de este sesgo probando un contraste lineal ponderado por la ley de Benford. Los análisis de los conjuntos de datos existentes produjeron tamaños de efecto de 0,43-0,52. La aplicación de este enfoque a una nueva tarea amplió el alcance del sesgo de Benford a la predicción de salidas de un sistema lineal y encontró un tamaño de efecto de .40. El sesgo de Benford puede ser una influencia omnipresente en los juicios y decisiones basadas en números.

En el área de la salud se ha aplicado la LB como lo expone Coeurjolly (2020), al referir que *"el coronavirus que apareció en diciembre de 2019 en Wuhan se ha extendido por todo el mundo y causó la muerte de más de 280.000 personas (a mayo de 11 de 2020). Desde febrero de 2020, surgieron dudas sobre el número de casos confirmados y muertes reportados por el gobierno chino. En este documento, examinamos los datos disponibles de China a nivel de ciudad y provincia y los comparamos con datos provinciales canadienses, datos estatales estadounidenses y datos regionales franceses. Consideramos el número acumulado y diario de casos confirmados y muertes y* *examinamos estas cifras a través de la lente de sus dos primeros dígitos y en particular medimos las salidas de estos dos primeros dígitos a la distribución de Newcomb-Benford, a menudo utilizada para detectar fraudes. Nuestro hallazgo es que no hay evidencia de que el número acumulado y diario de casos confirmados y muertes para todos estos países tenga distribuciones diferentes de primer o segundo dígito. También demostramos que la distribución de Newcomb-Benford no puede rechazarse por estos datos".*

Silva, et al. (2020), explican como aplicaron la Ley de Benford en su investigación en el area de salud, la unión neuromuscular representa un sustrato relevante para revelar importantes mecanismos biofísicos de transmisión sináptica. En este contexto, los iones de calcio son importantes en la maquinaria de sinapsis, proporcionando la transmisión del impulso nervioso a la fibra muscular. En este trabajo, investigamos cuidadosamente si los intervalos de actividad eléctrica espontánea, registrados en siete concentraciones diferentes de calcio, se ajustan a la Ley Newcomb-Benford. Nuestro análisis reveló que la descarga eléctrica de la unión neuromuscular produce los valores esperados para Newcomb-Benford Ley para primeros y segundos dígitos, para diferentes concentraciones de calcio. Por otro lado, los dos primeros dígitos archivaron la conformidad especialmente para concentraciones muy por encima del nivel fisiológico. A continuación, examinamos estudios teóricos previos, estableciendo una relación entre la ley y las distribuciones lognormales y Weibull. Mostramos que la distribución de Weibull es más adecuada para adaptarse a los intervalos en comparación con la distribución lognormal. En conjunto, los hallazgos actuales sugieren firmemente que la actividad espontánea es un fenómeno invariante de escala base. Además, sugerimos que la actividad eléctrica espontánea está bien descrita por las estadísticas de Weibull.

Otra aplicación de la Ley de Benford en la ingeniería civil se evidencia en el trabajo realizado por Alipour & Alipour (2019), donde concluyen que *"la ley de Benford predice la frecuencia del primer dígito de números cumplidos en una amplia gama de fenómenos naturales. En los conjuntos de datos, siguiendo la ley de Benford, los números se inician con un pequeño dígito a la vista más a menudo que aquellos con un gran dígito a la vista. Esta ley se puede utilizar como una herramienta para detectar fraudes y anormalmente en los conjuntos de números y cualquier conjunto de números fabricados. Esto se puede utilizar como una herramienta eficaz para el procesamiento de conjuntos de datos a partir de pruebas de laboratorio, datos de pruebas de investigación en el sitio, diseño geotécnico (financiero y técnico) en ingeniería y especialmente incluido en ingeniería geotécnica y, etc. En este documento, se recopilan y analizan conjuntos de datos de datos geotécnicos. Se muestra que la mayoría de ellos siguen la ley de Benford. Por lo tanto, podemos utilizar esta observación para aplicaciones similares para detectar la validez de los datos. Además, esto puede ser asumido como una evidencia de números naturales que siguen la ley de Benford".* (pp. 323-334)

Amouzegar & Moshirvaziri (2018), aplican la LB en las declaraciones del impuesto a la renta expresando: *"Los números falsificados en las declaraciones de impuestos, los registros de pago de facturas, las reclamaciones de cuentas de gastos y muchas otras configuraciones a menudo muestran patrones que no están presentes en registros legítimos. De hecho, hay un cierto patrón en la forma en que un grupo grande (lista) de números se comportan que puede ser algo contraintuitivo. Uno esperaría que los diez dígitos ocurran con la misma frecuencia. De hecho, ¿por qué se favorecería un dígito sobre otro? Sin embargo, se ha mostrado en muchas situaciones (tanto naturales como generadas por humanos) los primeros dígitos de los números de un conjunto de datos (por ejemplo, registros legítimos) a menudo siguen una distribución similar a la ley de Benford".*

Ausloos, et al. (2016). utilizaron la LB en la economía, buscando si la ley de Benford es aplicable para monitorear los cambios diarios en las cotizaciones de los swaps de incumplimiento de crédito soberano (CDS), que se reconocen como sistemas complejos de contenido económico. Esta prueba es de suma importancia ya que el CDS de un país proxy su salud y probabilidad de incumplimiento, siendo asociado a un seguro contra el caso de su incumplimiento.

Ajustan la la ley de Benford a los cambios diarios en los diferenciales soberanos de CDS para 13 países europeos, tanto dentro como fuera de la Unión Europea y de la Unión Monetaria Europea. Se consideran dos tenores diferentes para los contratos soberanos de CDS: 5 años y 10 años, siendo el primero el referente y el más líquido.

El período de tiempo objeto de investigación es 2008-2015, que incluye el período de dificultad causado por la crisis de la deuda soberana europea. Además, i) se lleva a cabo un análisis sobre los sub-períodos pertinentes; (ii) también se proporcionan varias ideas mediante la implementación del seguimiento de la ley de Benford sobre las ventanas móviles. La prueba principal para comprobar la conformidad con la ley de Benford es, como de costumbre, la prueba $\chi 2$, cuyos valores se presentan y discuten para todos los casos.

El análisis se completa aún más con las elaboraciones basadas en la distancia de Chebyshev y la divergencia de Kullback y Leibler. Los resultados ponen de relieve las diferencias entre países y tenores. En particular, estos resultados sugieren que la liquidez parece estar asociada a mayores niveles de distorsión. Grecia, que representa un caso peculiar, muestra un camino muy diferente con respecto a los demás países europeos.

CONCLUSIONES

Durante muchos años la Ley de Benford fue más que una simple curiosidad estadística sin fundamento matemático alguno ni aplicaciones reales, hoy en día, la ley está firmemente basada en la Teoría de la Probabilidad, goza de un gran interés del público y presenta importantes aplicaciones a la vista de la estadística.

Su aplicación se extiende a un gran campo de conjuntos de números, que representan fenómenos de las ciencias aplicadas y naturales.

La Ley de Benford, es una herramienta estadística que, a través de la aplicación de las frecuencias, logró demostrar empíricamente que los números tienen un comportamiento regular cuando estos se generan de manera natural. Aplicando esta teoría a varios conjuntos de números, se puede identificar cuáles de éstos cumplen la ley y después de probar en repetidas ocasiones con datos similares el cumplimiento de la ley, se puede inferir que cualquiera de estos conjuntos de datos mantendrá la particularidad del cumplimiento de la ley en los casos normales o de manera natural, o sea sin alterarlos; cuando no se cumpla, se puede afirmar que hay algo anómalo o posible manipulación de la información recogida en una investigación o fenómeno social.

Lo que se mide es que tanto las frecuencias de los datos se acercan a las frecuencias que están dadas en la Ley de Benford, si están muy desviados, despierta la curiosidad y se pueden acometer para un análisis más profundo en búsqueda de la anomalía presentada que está perturbando los resultados. Es una herramienta económica, ya que no requiere de asignación de un gran presupuesto para llevar a cabo la detección.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alipour, A., & Alipour, S. (2019). Application of Benford's Law in Analyzing Geotechnical Data. *Civil Engineering Infrastructures Journal, 2*(52), 323-334.

Amouzegar, M., & Moshirvaziri, K. (2018). Information Security and Benford's Law. *Decision Sciences Institute*. https://decisionsciences.org/information-security-and-benfords-law/

Amruthnath, N. (2020). Benford's Law: Applying to Existing Data. https://www.r-bloggers.com/2020/08/benfords-law-applying-to-existing-data/

Ausloos, M., Castellano, R., & Cerqueti, R. (2016). Regularities and discrepancies of credit default swaps: a data science approach through Benford's law. https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0960077916300832

Australia, H. (7 de noviembre de 2020). Joe Biden's votes violate Benford's Law (Mathematics). https://gnews.org/534248/

Ayllón, J. D., & Perera, M. (1999). El primer digito significativo. Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales", 45, 339-352.

Barone, G., Conti, L., Narciso, G., & Tonello, M. (2020). Auditors' conflict of interest: does random selection work? *Trinity Economics Papers tep0820*. https://ideas.repec.org/p/tcd/tcduee/tep0820.html

Bartulović, M., & Mitrović, M. (2020). Application of Benford's Law in Forensic Accounting. (Ponencia). 4Th *Conference Proceedings of Contemporary issues in economy & technology CIET 2020.* Split*, Croatia.*

Benford, F. (2020). *Fourier Analysis and Benford Random Variables.* https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/2006/2006.07136.pdf

Bouchetara, M., & Nassour, A. (2020). Internal Auditing in the Face of Banking Fraud, Application of the Benford Law on Algerian Private Bank. *UTMS Journal of Economics, 2(*11), 108-120.

Coeurjolly, J. F. (2020). Digit analysis for Covid-19 reported data. https://arxiv.org/abs/2005.05009

Matute, E. (2010). Sistema utilizando la Ley de Benford para detectar posibles fraudes electorales en las elecciones convocadas en Ecuador.

Newcomb, S. (1881). Note on the frecuency of use of the differente digits in natural numbers. The Johns Hopkins University Press. *American Journal of Mathematics, 4*(1), 34-40.

Patrick, S. (1998). Fraudes La preuve par 1. *Mathematiques Sciences & Tecniques, 1978.* https://people.math.gatech.edu/hill/articles/fraudeslapreuvepar1.pdf

Silva, A. D., Floquet, S., Santos, D., & Lima, R. (2020). On the validation of the Newcomb-Benford Law and the Weibull distribution in neuromuscular transmission. *Physica A 553*. https://arxiv.org/abs/2002.01986