

Fecha de presentación: diciembre, 2013 Fecha de aceptación: febrero, 2014 Fecha de publicación: abril, 2014

ARTÍCULO

LAS HABILIDADES ESPACIALES Y LOS PROCEDIMIENTOS GEOMÉTRICOS DESDE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA SUPERIOR

SPATIAL ABILITIES AND GEOMETRIC PROCEDURES FROM TEACHING IN HIGHER MATHEMATICS

MSc. Yohanna de la Caridad Morales Díaz¹

E-mail: ymorales@ucf.edu.cu

Dra. C. María de Lourdes Bravo Estévez¹

E-mail: lbravo@ucf.edu.cu

¹ Universidad de Cienfuegos: "Carlos Rafael Rodríguez", Cienfuegos, Cuba.

¿Cómo referenciar este artículo?

Morales Díaz, Y. C., & Bravo Estévez, M.L. (2014). Las habilidades espaciales y los procedimientos geométricos desde la enseñanza de la Matemática Superior. *Universidad y Sociedad* [seriada en línea], 6 (1). pp. 14-24. Recuperado el día, mes y año, de <http://rus.ucf.edu.cu/>

RESUMEN

El presente artículo aborda el proceso de desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de primer año de Ingeniería Mecánica, partiendo de la relación entre los componentes de estas habilidades, las imágenes mentales y los procedimientos geométricos. Además, a partir de los resultados docentes de los estudiantes en la aplicación de las acciones y operaciones del procedimiento geométrico escogido, se concluye que, la relación establecida para el desarrollo de las habilidades espaciales es factible. Fueron empleados los métodos del nivel teórico: el histórico lógico y el analítico sintético para sistematizar los conceptos sobre habilidades espaciales y procedimientos geométricos tomando en cuenta la evolución histórica de la formación y desarrollo de habilidades y el análisis de documentos y las pruebas pedagógicas como métodos del nivel empírico, así como las técnicas de la estadística descriptiva. Todo esto en aras de contribuir al desarrollo de las habilidades espaciales a partir de la relación que se establece entre las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos y las componentes de estas habilidades con énfasis en la formación de las imágenes mentales, siendo este el objetivo del presente trabajo.

Palabras claves:

Habilidades, habilidades espaciales, imágenes mentales, procedimientos geométricos.

ABSTRACT

This article discusses the process of developing spatial abilities in freshmen of Mechanical Engineering, based on the relationship between the components of these abilities, mental images and the geometric procedures. Furthermore, from the learning outcomes of students in the implementation of the actions and operations of the geometric procedures chosen, it is concluded that the relationship established for the development of spatial abilities is feasible. Were employed methods theoretical level: the logical-historical and synthetic-analytic for systematize to the concepts spatial abilities and geometric procedures taking into account the historical evolution of training and abilities development and document analysis and pedagogical tests as Methods of the empirical level and the techniques of descriptive statistics. All this in order to contribute to the development of spatial abilities from the relationship established between actions and operations geometric procedures and the components of these abilities with emphasis on the formation of mental images, this being the objective of this work.

Keywords:

Abilities, spatial abilities, mental images, geometric procedures.

INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista psicopedagógico el aprendizaje es el cambio que se produce en el individuo, tanto en su conducta como en el conocimiento, ya sea por las experiencias vividas, la manera de entender el mundo o los descubrimientos que la persona realiza y asimila por la aplicación de tales conocimientos para la solución de los diversos problemas que se le presentan en la vida diaria.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, al igual que en otras asignaturas, se debe tener en cuenta el por qué se enseña, a quién y dónde, qué se enseña y en qué momento y cómo lo hacemos, eso no es más que los fundamentos filosóficos, sociológicos y psicológicos de la enseñanza de la Matemática.

En general, como objeto de la Matemática, son consideradas todas las formas y relaciones del mundo real que posean objetivamente tal grado de independencia respecto al contenido, que puede ser totalmente abstraída de este último. Los propósitos principales de la Matemática Superior, como disciplina de la Carrera de Ingeniería Mecánica, es lograr la destreza en los estudiantes en la utilización de distintos métodos analíticos, desarrollando un pensamiento lógico y algorítmico. Además de contribuir a que apliquen los principales conceptos y métodos de la Geometría Analítica del Espacio para la identificación y representación de varias superficies, así como en la solución de problemas geométricos sencillos y comprendan como reflejar relaciones cuantitativas y espaciales.

Desde estos postulados, se ratifica la necesidad de integrar los aspectos esenciales desde una concepción histórico-cultural del proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido se identifica la actividad, como punto de partida, para la interiorización de los conocimientos y habilidades que facilite la autonomía y autodeterminación de los que aprenden, y además se apropien de lo necesario dentro del contexto sociocultural, para incidir sobre él y transformarlo.

El objetivo de este trabajo es mostrar como contribuir al desarrollo de las habilidades espaciales a partir de la relación que se establece entre las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos y las componentes de estas habilidades con énfasis en la formación de las imágenes mentales, desde el proceso de enseñanza de la Matemática Superior.

DESARROLLO

1. Formación y desarrollo de habilidades

Desde el punto de vista semántico el término habilidad es definido como la capacidad y disposición para algo o cada una de las cosas que una persona ejecuta con gracia y destreza. La formación de la habilidad representa el dominio de un sistema

de operaciones de elaboración de la información contenida en los conocimientos, de la recibida del objeto y de las operaciones para revelar la información, confrontarla y relacionarla con las acciones. Algo similar nos dice Álvarez (1999:71), concepto que se asume en esta investigación. Él considera desde el punto de vista psicológico a la habilidad como, *"el sistema de acciones y operaciones dominado por el sujeto que responde a un objetivo. Y desde el punto de vista didáctico,...la dimensión del contenido que muestra el comportamiento del hombre en una rama del saber propia de la cultura de la humanidad"*. Aquí el concepto se describe como el volumen de saber hacer, que muestra la persona en una rama del saber.

Talízina (1988) plantea que las habilidades tienen una estructura integrada por tres aspectos, el conocimiento específico de la asignatura, el sistema operacional específico (acciones) y el conocimiento y operaciones lógicas. Además esta autora expresa que para garantizar adecuadamente la asimilación de los conocimientos de toda asignatura, se requiere la definición y delimitación de aquellas habilidades que responden a tres criterios básicos:

- Adecuación de las habilidades a los objetivos de la enseñanza.
- Las habilidades seleccionadas deben revelar o profundizar en la esencia de los conocimientos.
- El proceso de formación de las habilidades debe apoyarse en las leyes de la asimilación.

A criterio de Corona (2008), las habilidades constituyen elementos psicológicos estructurales de la personalidad, vinculados a su función reguladora-ejecutora; se forman, desarrollan y manifiestan en la actividad, lo cual conlleva a asumir la importancia de la Teoría de la Actividad como fundamento para la comprensión de los aspectos pedagógicos relacionados con la adquisición de habilidades. La actividad es un proceso donde ocurren transiciones entre los polos sujeto-objeto en función de las necesidades del sujeto, lo que posibilita que pueda formarse en el individuo la imagen o representación ideal y subjetiva del objeto y a su vez pueda producirse la objetivación de la regulación psíquica en un resultado de la actividad.

Se coincide con Leontiev (1981), cuando plantea que, *"... la actividad humana no puede existir de otra manera que en forma de acciones o grupos de acciones"*. Y con Galperin (1982) al plantear que, *"...las acciones son los componentes fundamentales de la actividad; la estructura funcional de la acción humana está constituida por una parte orientadora, una parte ejecutora y otra del control"*. De esta manera, la actividad se realiza a través de acciones y operaciones que constituyen los componentes ejecutores de la actividad.

El profesor, al seleccionar los contenidos de la enseñanza, debe tener presente no solo el sistema de conocimientos de la asignatura que en correspondencia con los objetivos deben ser asimilados por los estudiantes, sino también los tipos de acciones generales y específicas o particulares, el sistema de habilidades de la asignatura, ya que los conocimientos solo pueden ser asimilados cuando los estudiantes realizan algunas acciones con los mismos. Solo se puede dirigir el proceso de aprendizaje mediante la dirección de las acciones que los estudiantes deben realizar para apropiarse de los conocimientos, para la asimilación de cualquier contenido.

Otra cuestión teórica general de importancia en el tema de la adquisición de habilidades radica en las fases para dicha adquisición; una primera en la cual la habilidad se forma y una segunda en la que la habilidad se desarrolla (Álvarez y Ríos, 2005) (Corona, 2008). Las habilidades solo se pueden formar y desarrollar, como plantea Álvarez de Zayas *“...sobre la base de la experiencia del sujeto, de sus conocimientos y de los hábitos que él ya posee”*.

Se plantea que la habilidad se ha formado cuando el estudiante consigue apropiarse conscientemente de las operaciones, luego de haber tenido una adecuada orientación sobre la forma de proceder, bajo la dirección oportuna del docente para garantizar la corrección en la ejecución, así como el orden adecuado de esas operaciones, (Corona, 2008). El desarrollo de la habilidad se alcanza mediante la repetición de los modos de operar, lo que significa que una vez formada la habilidad se hace necesario comenzar a ejercitarla, (Barrera, 1997) es decir, utilizarla las veces que sean necesarias con una frecuencia y periodicidad; solo así podrán irse eliminando los errores haciéndose cada vez más fácil la realización de las operaciones hasta llegar a la perfección de algunos componentes operacionales.

Para desarrollar una habilidad se necesita entrenamiento, proceso que debe llevarse de manera gradual y armónico, transitando por distintas etapas que permitan el cumplimiento de las acciones de la habilidad, con un alto nivel de asimilación y generalización; teniendo en cuenta los requisitos de: frecuencia, periodicidad flexibilidad y complejidad.

La importancia de dirigir el proceso de aprendizaje, de manera adecuada, es destacada por Galperin (1987) cuando refiere que es necesario seleccionar las acciones y organizar su ejecución, de forma que se garantice la formación de conocimientos y habilidades con la calidad requerida. Establece además, un conjunto de características que constituyen indicadores de la calidad de la acción formada, estas son:

- La forma en que se realiza la acción (externa, verbal o interna).

- El grado de generalización: las posibilidades de su aplicación a diferentes tipos de situaciones.
- La concienciación o capacidad del sujeto de poder explicar lo que ha hecho y por qué lo ha hecho.
- La solidez o grado de permanencia de la acción en el tiempo.

Para ello el proceso de aprendizaje comienza con el descubrimiento de las condiciones necesarias para el desarrollo exitoso de la acción mental, tales condiciones son: el objeto de acción y sus propiedades; el objetivo de la acción; los medios necesarios para la realización del objetivo y el desarrollo concreto de la acción. Con la comprensión de estas condiciones el hombre se construye una base de orientación, para Galperin (1987) esta base está constituida por todas las condiciones con las cuales el hombre se orienta consciente o inconscientemente, en la realización y proceso de formación de la acción mental.

Las habilidades se forman y desarrollan por la vía de la ejercitación de las acciones mentales mediante el entrenamiento continuo, y se convierten en modos de actuación que dan solución a tareas teóricas y prácticas. Este proceso ocurre en el marco de actividad cognoscitiva. En dicho proceso ocupan un papel fundamental los métodos y procedimientos diseñados por el docente para llevar a cabo la enseñanza.

Los procedimientos sirven de apoyo al profesor en la concepción de las actividades docentes y son útiles al estudiante como orientación para realizar su actividad de aprendizaje, a la vez que le proporciona a este, múltiples estrategias que pueden ser asimiladas o servir de base para la conformación en el alumno de sus propias estrategias.

2. Los procedimientos de la actividad cognoscitiva

Según Talízina (1988), en el proceso de solución de las tareas el individuo, por lo general, no utiliza acciones aisladas, sino sistemas enteros de ellas. Habitualmente, a tal conjunto de acciones que conducen a la solución de tareas de una determinada clase se les denomina modo, procedimiento o método de solución. Dicha autora también refiere que como el proceso de solución de la tarea es desde la actividad cognoscitiva realizada por el hombre, se le llama a ese conjunto de acciones, procedimientos de la actividad cognoscitiva.

Se coincide con Talízina (1988) cuando plantea que para modelar los procedimientos de la actividad cognoscitiva es necesario separar las acciones que los componen, las relaciones entre ellas, para elaborar una prescripción general que asegure la utilización de ese procedimiento en la solución de las tareas propuestas. Además, según la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales, propone dos modos de modelar la actividad cognoscitiva; el procedimiento teórico

experimental y el análisis de los tipos formados de actividad. Además caracteriza a los procedimientos, según sus funciones, su contenido y las vías de formación.

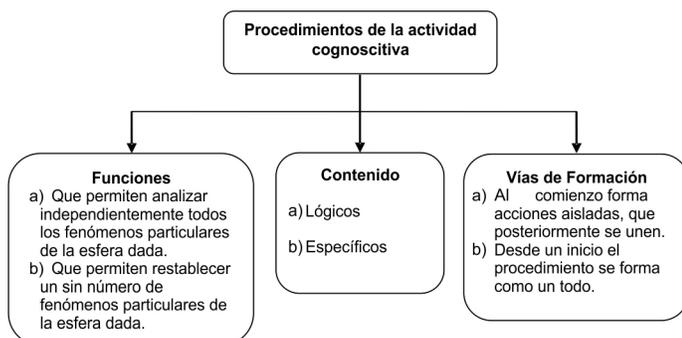
Cuando se modela la actividad cognoscitiva, a partir del procedimiento teórico-experimental, se estructura en cuatro etapas. En la primera, el modelo se basa en el análisis teórico de la solución de los problemas de un tipo determinado y en las dificultades que presentan los escolares en la práctica de la enseñanza. En la segunda etapa se realiza una verificación experimental del modelo obtenido. Aquí se constata: si todos los elementos del método aplicado fueron esclarecidos, si fue establecido correctamente el orden de su estudio y si el modelo inicial es incompleto o incorrecto. Todo se realiza sobre la base del análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de dicho modelo.

Luego en la siguiente etapa, la tercera, se realiza una elaboración complementaria del modelo según la base de datos experimentales de la etapa anterior. Ya en la cuarta, se realiza la verificación experimental del modelo perfeccionado. Lo que se repite hasta lograr el modelo deseado.

En el caso del procedimiento análisis de los tipos formados de actividad, se caracteriza por ser una actividad mental, generalizada, reducida y automatizada. A través de este modo el estudiante crea la zona de búsqueda en la proposición de problemas para la mediatización de diferentes conceptos actualizando de inmediato, al final del proceso, el sistema de propiedades que puede utilizarse en las condiciones dadas.

Puede verse en la Figura 1, la clasificación de los procedimientos, a partir de distintos puntos de vista.

Figura 1. Clasificación de los procedimientos de la actividad cognoscitiva. (Talízina, 1988)



Fuente: *Elaboración propia.*

Los procedimientos, que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada y que como vía, al comienzo forma acciones aisladas que posteriormente se unen, son aplicables en todas las esferas de la

actividad cognoscitiva (León González, 2011), pues en ellos se asocian las operaciones del pensamiento lógico (comparación, clasificación, identificación); puede ser independiente de una materia determinada, a pesar de que se realiza con la utilización de los conocimientos específicos. A los procedimientos específicos se asocian las habilidades que se utilizan solamente en un área determinada del saber.

Lo que sí es real es que el procedimiento, al principio se aplica de manera materializada o verbal externa y luego se traslada paulatinamente al plano mental. De aquí que las tareas encomendadas, se dan teniendo en cuenta no algunas de las acciones sino el procedimiento en su conjunto. El profesor por su parte debe mostrar cómo se ejecuta dicho procedimiento y a su vez dar las explicaciones necesarias para su correcta asimilación, pues al decir de Talízina (1988), la formación de los procedimientos de la actividad cognoscitiva, al igual que la formación de algunas acciones mentales, está relacionada indisolublemente con la asimilación de los conocimientos.

Cuando se analiza el estado de desarrollo de la enseñanza de la Matemática, según Blanco (2005) se observa la existencia de algunas discrepancias sobre determinados temas. Entre las analizadas por este autor está, la de, si el aprendizaje de la Matemática es conceptual o procedimental. Blanco (2005) basa su opinión en los diversos criterios sobre el tema, desde el hecho de que la Matemática se aprende haciéndola y la no existencia de unidad en lo que respecta hacia dónde dirigir la enseñanza de la Matemática, hacia los objetos o hacia los procesos.

En la enseñanza de la Geometría, una de las ramas de la Matemática, puede verse de manera reiterada la presencia de los procedimientos de la actividad cognoscitiva. A juicio de León González (2011), los procedimientos geométricos son los procedimientos típicos del tratamiento de la geometría que guardan relación con los propios del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, los que se clasifican en algorítmicos y heurísticos.

Los procedimientos geométricos de tipo algorítmico están dados por una secuencia finita de pasos, los cuales permiten la solución del problema geométrico dado. Para algunos autores, como Lizarazo (2012) los procedimientos algorítmicos son una sucesión de acciones que hay que realizar, la cual se halla completamente prefijada y una cuidadosa y correcta ejecución siempre lleva a una solución segura del problema. Los procedimientos geométricos heurísticos, según León González (2011), son aquellos que orientan hacia la búsqueda y descubrimiento de vías de solución a partir de la analogía, la inducción, la reducción de un problema a otro ya resuelto y la generalización, entre otros. Aquí la sucesión de acciones según Lizarazo (2012) tienen un cierto grado de variabilidad y su

ejecución no necesariamente tiene un resultado satisfactorio, aunque luego se procede a la elaboración y organización de las actividades a desarrollar para lograr el fin deseado, en correspondencia con los errores cometidos en dicha ejecución.

En consecuencia con lo anterior, en la formación de los procedimientos de la actividad cognoscitiva, es necesario, "*...modelar los procedimientos..., separar las acciones que los componen, las relaciones entre ellas..., elaborar sobre esta base una prescripción general que asegure la aplicación del procedimiento dado a la solución de tareas de la clase correspondiente*" (Talízina, 1988:204). Por lo que, "*...este procedimiento permite no solo resolver todos los problemas específicos [...], sino igualmente perfeccionarlos*" (Talízina, 1988:223).

De esta manera en la presente investigación se asume que los procedimientos geométricos empleados son modelados a partir del modo teórico-experimental, de acuerdo a sus funciones, se toman los que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada; según el contenido, se trabaja con los lógicos; y se utiliza como vía para su formación, la que al comienzo forma acciones aisladas y que posteriormente se unen. Además son procedimientos heurísticos por estar orientados a la búsqueda de vías de solución. Todo esto se implementa con la utilización de una Base Orientadora para la Acción (BOA) de tercer tipo por las ventajas de la misma.

Los conocimientos no se pueden separar de las acciones. El grado de asimilación de los conocimientos se determina por "*...la variedad y el carácter de los tipos de actividad en los cuales los conocimientos pueden funcionar*" (Talízina, 1988:44). Es decir, en el proceso de asimilación de los conocimientos se produce la adquisición de procedimientos, de estrategias, que en su unidad conforman las habilidades generales, como son las relacionadas con los procesos del pensamiento (análisis, síntesis, abstracción, generalización) y las específicas de las asignaturas, en particular las de la Matemática.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, cada contenido por su naturaleza, exige un modo de actuar con características específicas, particularmente para la Disciplina Matemática Superior en el primer año de la Carrera de Ingeniería Mecánica. Por lo que se deben identificar, según los núcleos de conocimientos, los procedimientos mediante los cuales se pueden desarrollar las habilidades.

Cuando se trata el tema de las habilidades, sean matemáticas o de otra índole, se ha puesto de manifiesto, que el proceso de adquisición de las mismas está estrechamente relacionado con el desarrollo de capacidades humanas que, a su vez, son un resultado del desarrollo histórico social. Para Krutetskii (1968) y Wielewski (2005) las componentes de las habilidades matemáticas son: percepción, generalización, lógica y raciocinio,

reducción, flexibilidad, pensamiento reversible, analítico-sintético, memoria matemática y conceptos espaciales. León González (2011), refiere que en las componentes anteriores se encuentran implícitas las habilidades geométricas básicas estudiadas por Hoffer (1990) quien las abarca en cinco áreas: visual, verbal, para dibujar, lógica y para modelar. Además propone, desde la tesis que defiende, un conjunto de habilidades geométricas, estas son: reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas

En estas descripciones, pueden observarse habilidades referentes al espacio, las cuales se prefiere agrupar en habilidades espaciales. Es el término que se asume para caracterizar a aquellas habilidades que nos permiten entre otras, visualizar objetos y sus partes, así como la manipulación de las mismas.

3. El desarrollo de habilidades espaciales

Múltiples han sido los estudios alrededor del tema del espacio y sus fenómenos. Sobre, la habilidad que tienen los niños para representar el espacio, investigó Jean Piaget. Este científico llevó a cabo diversos experimentos, en muchos de los cuales proponía a los niños tareas geométricas en las cuales observaba como ellos desarrollaban una percepción del espacio circundante desde muy pequeños, lo que no significaba que tuvieran una conceptualización de él que les permitiera construir una representación mental del mismo. A su criterio, la percepción del espacio está condicionada por las características del pensamiento del individuo. Tras años de estudio, Piaget saca a la luz su teoría sobre las etapas del desarrollo cognitivo. La misma ha servido de punto de partida para la identificación y caracterización de procesos matemáticos propios de la actividad geométrica, relacionados unos con otros, tales como la visualización, la representación, la conceptualización y la demostración (Camargo, 2011).

En la Teoría Cognitiva de Jean Piaget, se descubren los estadios del desarrollo cognitivo desde la infancia a la adolescencia, donde enfatiza que las estructuras psicológicas se desarrollan a partir de los reflejos innatos, luego se organizan en esquemas de conducta y se internalizan como modelos del pensamiento, para por último desarrollarse en estructuras intelectuales complejas. Lo que constituye su concepción del aprendizaje desde la teoría constructivista. En estos estadios se ha visto reflejada la importancia que tienen habilidades espaciales para una adecuada contextualización del espacio. Además de lo que se lograría, con su desarrollo en determinadas profesiones, entre ellas la ingeniería.

En cuanto a la definición y clasificación de las habilidades espaciales, existen varios criterios que demuestran la no existencia de consenso al respecto (Morales, y otros, 2012). El autor del trabajo se adscribe a la definición dada por Saorín (2006), el cual plantea que, estas son aquellas que permiten

mentalmente, rotar, manipular y girar objetos dibujados en dos y tres dimensiones.

En cuanto a estas habilidades, existen varias líneas principales a la hora de establecer su clasificación, al no existir consenso en cuanto al número de componentes, categorías o factores de las mismas. Aquí cabe mencionar las realizadas por McGee (1979), Linn y Petersen (1985), Carroll (1993), Maier (1998), Olkun (2003), Cladellas (2008), Williams y otros (2008), Romo y otros (2013), entre otras.

Los estudios realizados por los investigadores antes mencionados, sobre los análisis estructurales de la habilidad espacial son muy convergentes. Puede verse en Martín Gutiérrez (2010) y Morales y otros (2012), cómo la cantidad de componentes varían según el autor, al menos dos coinciden de manera consistente: Relaciones espaciales, y Visualización, producto del solapamiento de estas con las demás.

Además, Lara (2004), refiere que en la teoría de la inteligencia humana se comprende de una serie de factores. En particular señala la presencia de un factor general espacial y que este a su vez comprende dos grandes subfactores, el de visualización espacial y el de relaciones espaciales. El de visualización espacial, lo describe como la actitud para el manejo mental de imágenes o figuras y el segundo como un factor sumamente complejo pues involucra lo topológico, ciberbético, la orientación espacial y lo cinestético. O sea refiere que el subfactor relaciones espaciales incluye actitudes para percibir e interpretar patrones y controlar de forma activa, respuestas psicomotoras espacialmente ordenadas y aptitudes para orientarse en el espacio y para sentir o imaginar el movimiento del propio cuerpo. Todos estos elementos hacen que los autores de este trabajo se abscriban a la clasificación de las habilidades espaciales, en relaciones espaciales y visualización.

Aunque en un inicio las habilidades de visualización se veían como algo innato y propio de la manera de pensar de algunos estudiantes (Krutetskii, 1976), poco a poco el desarrollo de las habilidades de visualización se introducen como una responsabilidad curricular y ha constituido el objeto de análisis de diversos investigadores en la didáctica de la Geometría, Del Grande (1990), Presmeg (2006) y Gal y otros (2010).

Para el caso de la visualización como componente de las habilidades espaciales, suele encontrarse en varios artículos como visión espacial, imaginación espacial y percepción espacial. Al respecto Gutiérrez (1991) refiere que el término escogido suele dar idea de la posición que ha adoptado el investigador y el significado que le da al mismo. En la enseñanza de la Matemática, cuando se estudia la geometría tridimensional, como este caso, se emplea el término visualización o visualización espacial, el cual se asume en este artículo.

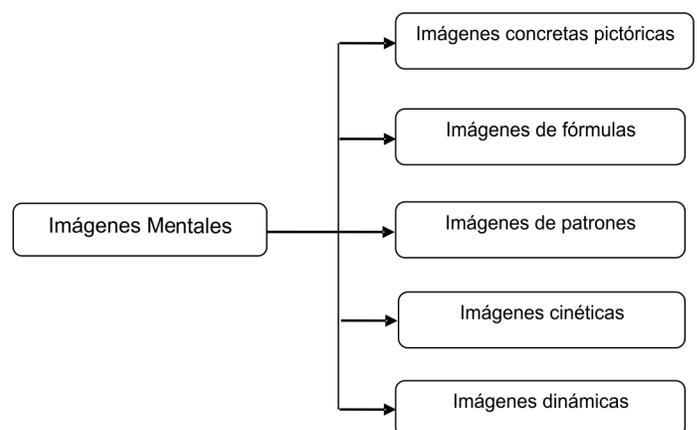
Según Del Grande (1990), en visualización se deben tener en cuenta los aspectos siguientes:

1. Coordinación motriz de los ojos: la habilidad para seguir con los ojos el movimiento de objetos de forma ágil y eficaz.
2. Identificación Visual: reconocer una figura aislándola de su contexto.
3. Conservación de la percepción: reconocer que un objeto mantiene su forma a pesar de que este deje de verse total o parcialmente.
4. Reconocimiento de posiciones en el espacio: Relacionar la posición de un objeto con respecto al observador o a otro objeto.
5. Reconocimiento de las relaciones espaciales: permite identificar correctamente las características de relaciones entre diversos objetos en el espacio
6. Discriminación visual: permite comparar varios objetos identificando sus semejanzas y diferencias visuales.
7. Memoria visual: recordar las características visuales y de posición que tenían en un momento dado un conjunto de objetos.

Un elemento básico, en las distintas concepciones en enseñanza de la Matemática, que se encuentra presente en ambas componentes de las habilidades espaciales, son las imágenes mentales, o sea las representaciones mentales que los sujetos pueden hacer de objetos físicos, relaciones, conceptos etc.

Según plantea Presmeg (1986), se han encontrado distintos tipos de imágenes mentales, como se ilustra en la Figura 2.

Figura 2. Tipos de Imágenes Mentales. Presmeg (1986)



Fuente: Elaboración propia.

Las concretas pictóricas son aquellas imágenes figurativas de objetos físicos, la de fórmulas consisten en la visualización mental de fórmulas o relaciones esquemáticas de la misma manera como se les vería. Las de patrones, son imágenes de esquemas visuales correspondientes a relaciones abstractas; no se visualiza la relación propiamente dicha (una fórmula) sino alguna representación gráfica de su significado. Para el caso de las cinéticas, son imágenes en partes físicas y en parte mentales, pues en ellas tiene un papel importante el movimiento de manos y cabeza. Sin embargo, las dinámicas son imágenes mentales en las que los objetos o algunos de sus elementos se desplazan, no hay ningún tipo de actividad física como en la anterior.

Se comparte la idea de Plasencia (2000), de que la construcción de una imagen no es un proceso simple, pues muchas personas muestran incapacidad para visualizar objetos en tres dimensiones, lo que les lleva a fracasar en la solución de determinados problemas. Además, mantener y transformar son aquellos procesos que conducen a la interpretación de la imagen, manteniéndola en la conciencia durante el tiempo necesario y realizando en determinados casos transformaciones como rotación, acercamiento o alejamiento de la imagen, exploración y análisis de un aspecto particular sobre el que basar la observación. También debe tenerse en cuenta cuando se habla de visualización, las habilidades utilizadas por los individuos para la creación y procesamiento de imágenes visuales, o sea aquellas imágenes ya sean físicas o mentales que se crean, utilizan y transforman en una actividad de visualización espacial.

Para lograr el desarrollo de las habilidades espaciales teniendo en cuenta la formación de las imágenes mentales, desde la relación de las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos y las componentes de estas habilidades, requiere del diseño y aplicación de un adecuado proceso de enseñanza aprendizaje de manera que la Matemática Superior contribuya con la formación de los estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica.

4. El proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática Superior en la Carrera de Ingeniería Mecánica.

El programa de la Disciplina Matemática Superior para el ingeniero mecánico, según Ministerio de Educación Superior (2007), establece como objeto de la Matemática, todas las formas y relaciones del mundo real que posean tal grado de independencia respecto al contenido, que pueden ser abstraídas de este último. Además, no solo las formas abstraídas de la realidad son objeto de estudio de la matemática sino también aquellas posibles de manera lógica, determinadas sobre la base de formas y relaciones ya conocidas.

La disciplina Matemática Superior contribuye al desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico y aporta los fundamentos básicos de un especialista en Ciencias Técnicas, dado que todo ingeniero considera representaciones técnicas y científicas en términos matemáticos, con los cuales refleja los rasgos cuantitativos y cualitativos de los fenómenos que estudia.

Para ello se requiere una concepción del modelo de enseñanza que tenga en cuenta la estructuración sistémica de los contenidos (conocimientos, habilidades, actitudes y sentimientos), una enseñanza centrada en el estudiante como sujeto activo, constructor y reconstructor de su propio conocimiento y proceso de aprendizaje, que sea a través y para la resolución de problemas vinculados a la carrera y a las otras disciplinas y asignaturas. Así como una enseñanza desarrolladora dirigida a la educación de la personalidad del estudiante con una implicación personal activa, consciente y reflexiva que le provoque satisfacción, con la necesaria flexibilidad, independencia, perseverancia, y una actitud ante la vida responsable y autodeterminada que se proyecte con una perspectiva temporal mediata.

La Disciplina Matemática Superior para la Carrera de Ingeniería Mecánica la componen cinco asignaturas de las cuales tres se imparten en el primer año de carrera. Entre los núcleos de conocimientos, que posee esta disciplina, y que constituyen la fuente de esta investigación, se encuentran:

- Rectas y cónicas. Representación gráfica.
- Planos y rectas en el espacio. Superficies cuádricas. Representación gráfica.
- Interpretaciones geométricas y físicas de la derivada en un punto de una función real de una variable y varias variables reales.
- Aplicaciones de la derivada. Trazado de curvas.
- Sistemas de coordenadas cartesianos, polares, cilíndricos y esféricos.
- Representación de sólidos o cuerpos geométricos en y sus proyecciones.
- Aplicaciones geométricas y físicas de las integrales definidas, dobles y triples.
- Aplicaciones geométricas y físicas de las funciones vectoriales. Integrales de línea y de superficie.

Según estos núcleos de conocimientos, se determinan los procedimientos geométricos de acuerdo con los objetivos propuestos en cada una de las asignaturas. Para contribuir con el desarrollo de la visualización y las relaciones espaciales con un interés marcado en la formación de las imágenes mentales. Entre ellos se analiza el procedimiento geométrico para

determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica. A continuación se expone en la Tabla 1 las acciones y las operaciones que contiene dicho procedimiento geométrico y como se relacionan las componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales.

Tabla 1. Manifestación de los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales en las acciones y operaciones del procedimiento geométrico.

Acción	Operación	Manifestación	
		Componentes de las habilidades espaciales	Tipo de Imagen mental
Identificar las superficies que limitan al sólido y determinar sus ecuaciones.	<ol style="list-style-type: none"> Identificar si las superficies limitantes son planas o curvas. Determinar interceptos y trazas de cada una de las superficies. Determinar las rectas y curvas de intersección entre las superficies. Determinar ecuaciones. 	Visualización: Identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio. Relaciones espaciales.	Fórmula
Determinar las desigualdades.	<ol style="list-style-type: none"> Determinar la relación entre los puntos que pertenecen al sólido y cada una de las superficies que lo limitan. Expresar esa relación utilizando desigualdades. 	Visualización: Identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio. Relaciones espaciales	Dinámicas Cinéticas

Acción	Operación	Manifestación	
		Componentes de las habilidades espaciales	Tipo de Imagen mental
Escribir la expresión analítica del sólido.	<ol style="list-style-type: none"> Integrar las desigualdades para expresarlas lo más racional posible. Expresar con la notación y simbología matemática adecuada la expresión analítica del sólido. 	Visualización: Identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio. Relaciones espaciales	Fórmula

Fuente: Elaboración propia.

5. Consideraciones didácticas para la implementación de las acciones y operaciones del procedimiento geométrico.

Para la implementación del procedimiento geométrico diseñado deben tenerse en cuenta una serie de requerimientos con vistas a la obtención de resultados satisfactorios. Lo que se corresponde con una concepción adecuada de un proceso de enseñanza aprendizaje que contribuya al desarrollo de las habilidades que se necesitan formar. En función de lo anterior deben tenerse presentes las siguientes cuestiones:

- Diagnosticar integralmente en nivel de preparación del alumno para las exigencias del proceso.
- Estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje hacia la búsqueda activa del conocimiento por parte del alumno, teniendo en cuenta el sistema de acciones a realizar en cada momento de la actividad cognoscitiva.
- Concebir un sistema de actividades para la búsqueda y exploración del conocimiento por parte del alumno desde posiciones reflexivas que estimulen su pensamiento e independencia.
- Estimular la formación de conceptos y el desarrollo de los procedimientos lógicos del pensamiento.
- Vincular el contenido de aprendizaje con la práctica social, el perfil del ingeniero mecánico y estimular la valoración por parte del alumno en el plano educativo.

- Según el sistema de acciones diseñado se ofrece, desde el punto de vista didáctico, algunos elementos a tener en cuenta con los estudiantes en el proceso del desarrollo de las habilidades espaciales:
- Determinar el nivel de preparación del estudiante en lo que respecta al dominio de los conocimientos geométricos indispensables para su puesta en práctica.
- Establecer el nivel de preparación que poseen los estudiantes en las acciones que se describen en la propuesta, pues para desarrollar una habilidad se hace necesario el dominio de las acciones que sirven de base a su realización.
- Ejemplificar al alumnado, con ejercicios representativos, la utilización de las diferentes acciones que conforman la propuesta.
- Plantear tareas en cuya resolución se requiera el uso del sistema de acciones presentado, teniendo en cuenta los siguientes aspectos: variedad, representatividad, complejidad, formulación lingüística, carácter abierto y las implicaciones a la vida práctica.
- Propiciar el debate y la reflexión individual y/o colectiva del proceso de resolución seguido por cada estudiante, lo que revertirá en el desarrollo de sus conocimientos geométricos y metodológicos.
- Estimular el éxito del estudiante en cada etapa como medio de motivación para continuar en el empeño de la actividad a través del factor psicológico.
- Atender a la diversidad en el aula, de forma que cada estudiante se sienta realizado en la tarea acorde a sus particularidades.
- Prestar especial atención a interiorizar el procedimiento y que no sea una reproducción mecánica del mismo.
- Evaluar el nivel de desarrollo de la habilidad de los estudiantes teniendo en cuenta la complejidad de las tareas que es capaz de solucionar, su grado de independencia en el proceso de resolución de la misma, la utilización con precisión y rapidez de las acciones, así como la fundamentación de las mismas y la solución correcta con el rigor adecuado en cuanto al uso de la terminología y simbología matemática, además de las alternativas de trabajo que se propone.

En conclusión, se sugiere que el profesor haga un diagnóstico inicial para identificar los problemas que limitan el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes e incidir puntualmente con las acciones y operaciones más adecuadas para lograr mejores resultados con la aplicación de la estrategia.

6. Análisis descriptivo de la aplicación del procedimiento geométrico, determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica.

Por la importancia que revisten las acciones y operaciones del procedimiento geométrico determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica, en la formación de los diferentes tipos de imágenes mentales se necesita un análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes, luego de la planificación y ejecución un proceso de enseñanza-aprendizaje enfocado en el establecimiento de estas relaciones para el desarrollo de las habilidades espaciales.

A este proceso le anteceden un análisis de los resultados preliminares de este grupo de estudiantes en pruebas pedagógicas realizadas al inicio del primer año, en cada uno de los cursos mencionados. Los principales errores encontrados están en la identificación de superficies, ya fuera a través de fórmulas, características fundamentales o su representación gráfica; delimitar las intersecciones entre dos o más superficies, de manera gráfica, entre otros.

Se ponen en práctica las acciones y las operaciones del procedimiento geométrico citado a través de la solución de ejercicios en clase prácticas, y en tareas de seminarios. Fueron objeto de análisis los resultados obtenidos tras la implementación de dicho procedimiento, considerando que este tiene un mayor grado de dificultad con respecto a otros procedimientos vistos en clases, por la complejidad que encierra identificar a través de fórmulas y desigualdades lo que se ve a simple vista, es decir expresar analíticamente las relaciones que se establecen entre todas las superficies que limitan al sólido. Las habilidades de visualización y relaciones espaciales se manifiestan de manera extrema en este procedimiento. Se analizan a continuación los resultados obtenidos en el análisis.

En correspondencia con las acciones del procedimiento citado se eligen para el procesamiento las variables siguientes:

V1: Identificar las superficies que limitan al sólido y determinar sus ecuaciones.

V2: Determinar las desigualdades.

V3: Escribir la expresión analítica del sólido.

Se realiza un análisis del comportamiento de dichas variables en 74 estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos Rafael Rodríguez de Cienfuegos en los cursos 2010-2011, 2011-2012 y 2012-2013, respectivamente y teniendo en cuenta una pregunta de la Tercera prueba parcial del Tema III de la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica.

Se evalúan las variables anteriores y se procesan en el SPSS 18 arrojando los siguientes resultados:

Se observa en la Tabla 2 que el 91,9 % logra determinar las superficies limitantes poniéndose de manifiesto la presencia del desarrollo de las habilidades de visualización en lo que respecta a la identificación visual, la conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio y de relaciones espaciales, así como la presencia de las imágenes de fórmula. En este caso el 83,8 % lo hace de manera casi satisfactoria o sea obtienen entre 4 y 5 puntos.

Tabla 2. Análisis descriptivo de la variable: Identificar las superficies que limitan al sólido y determinar sus ecuaciones.

V1		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	2	6	8,1	8,1	8,1
	3	6	8,1	8,1	16,2
	4	13	17,6	17,6	33,8
	5	49	66,2	66,2	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Fuente: SPSS 18.

Basado en el grupo conformado por estos últimos se analiza cuántos, después de haber identificado las superficies que limitan el sólido, logran plantear las desigualdades correctas que recogen aquellos puntos del espacio que pertenecen al sólido representado, además, cuántos llegan a la expresión analítica solicitada.

En cuanto a la determinación de las desigualdades, Tabla 3, el 90,5 % logra determinar la relación entre los puntos que pertenecen al sólido y cada una de las superficies que lo limitan de manera satisfactoria, para luego expresar esa relación utilizando dichas desigualdades, obteniendo aquí, que aún el 29 % presenta dificultades con la obtención de la expresión analítica de manera racional y la inclusión de las superficies. Tabla 4.

Tabla 3. Determinar las desigualdades.

V2		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	2	9,5	9,5	9,5
	5	19	90,5	90,5	100,0
	Total	21	100,0	100,0	

Fuente: SPSS 18.

Tabla 4. Escribir la expresión analítica del sólido.

V3		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	2	6	28,6	28,6	28,6
	3	3	14,3	14,3	42,9
	4	2	9,5	9,5	52,4
	5	10	47,6	47,6	100,0
	Total	21	100,0	100,0	

Fuente: SPSS 18.

Como puede observarse la correcta implementación del procedimiento determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica, con el conjunto de acciones y operaciones diseñadas posibilita el desarrollo de las habilidades espaciales. Este desarrollo se ha de lograr a partir de la aplicación reiterada y consciente de dicho procedimiento. Solo así se obtienen los resultados deseados en el aprendizaje de los estudiantes.

CONCLUSIONES

Como resultado del estudio teórico sobre el desarrollo de habilidades, los métodos y procedimientos de la actividad cognoscitiva y las deficiencias presentadas por los estudiantes en cuanto a las habilidades espaciales, desde los resultados docentes, se diseñan las acciones y operaciones del procedimiento geométrico: determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica, para contribuir al desarrollo de dichas habilidades en los estudiantes de primer año de Ingeniería Mecánica.

El establecimiento de relaciones entre las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos de la Matemática Superior con las componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales, permite una adecuada contextualización de la enseñanza de la Matemática para el objeto social del Ingeniero Mecánico.

La comprensión y asimilación consciente de las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos por los estudiantes, tiene que estar en correspondencia con la aplicación por el profesor de un conjunto de consideraciones didácticas, que permitan el desarrollo gradual y diferenciado de la aplicación por parte de los estudiantes de cada una de las acciones y las operaciones previstas, sustentado en la estimulación de un trabajo colaborativo e independiente.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez de Zayas, C. M. (1999). *La escuela en la vida*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Álvarez Yero, J. C., & Ríos Barrios, I. (2005). *La formación y desarrollo de habilidades desde el enfoque histórico-cultural*. Recuperado el 5 de Noviembre de 2012, de <http://www.monografias.com/trabajos23/formacion-y-desarrollo/formacion-y-desarrollo.shtml?monosearch>
- Barrera Hernández, F. (1997). *Modelo pedagógico para la formación y desarrollo de las habilidades, hábitos y capacidades*. Material Docente Básico, IPLAC, La Habana.
- Camargo Uribe, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista Colombiana de Educación*(60), págs. 41-60.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. London: Cambridge University Press.
- Cladellas Pros, R. (Enero de 2008). Un programa informático de habilidades visoespaciales como recurso educativo. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*(31), págs. 155-162.
- Corona Martínez, L. A. (2008). *La formación de la habilidad toma de decisiones médicas mediante el método clínico en la carrera de medicina*. Cienfuegos: Universidad Carlos Rafael Rodríguez.
- Del Grande, J. (1990). *Spatial Sense*. *Arithmetic Teacher*, 37(6), págs. 14-20.
- Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educ Stud Math*(74), págs. 163-183.
- Galperin, P. Y. (1982). *Introducción a la psicología*. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- Galperin, P. Y. (1986). Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En I. I. Iliasov, & V. Y. Liaudis, *Antología de la psicología pedagógica y de las edades* (págs. 114-118). Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- Galperin, P. Y. (1987). Sobre la investigación del desarrollo intelectual del niño. En *La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS (Antología)*. Moscú: Progreso.
- Gutiérrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J. M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), págs. 237-251.
- Hoffer, A. (1990). *La geometría es más que demostración*. *Notas de Matemática*(29), págs. 10-24.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: Chicago Press.
- Lara Temiño, Á. (2004). *Utilización del ordenador para el desarrollo de la visualización espacial*. Madrid: Universidad Complutense.
- León González, J. L. (2011). *Estrategia Didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria*. Cienfuegos: Universidad de Ciencias Pedagógicas Conrado Benitez García.
- Leontiev, A. N. (1981). *Actividad, conciencia y personalidad*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and characterization of sex-differences in spatial ability: a metaanalysis. *Child Development*, 56, págs. 1479-1498.
- Lizarazo Gómez, C. (2012). *Modelo didáctico para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría en las carreras de Ingeniería*. Holguín: Universidad Oscar Lucero Moya.
- Maier, P. (1998). *Spatial geometry and spatial ability: How to make solid geometry solid*. En E. Cohors-Fresenborg, K. Reiss, G. Toener, & H. Weigand, *Select papers from the Annual Conference of Didactics of Mathematics* (págs. 63-75). Osnabruck.
- Martín Gutiérrez, J. (2010). *Estudio y evaluación de contenidos didácticos en el desarrollo de las habilidades espaciales en el ámbito de la ingeniería*. Universidad Politécnica de Valencia.
- McGee, M. G. (1979). *Human spatial abilities: Psychometric studies and environmental, genetic, hormonal and neurological influences*. *Psychological Bulletin*, 86(5), págs. 889-918.