

29

Fecha de presentación: febrero, 2019

Fecha de aceptación: mayo, 2019

Fecha de publicación: julio, 2019

PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA DEL BALANCE DE MOVIMIENTO DE REBAÑO VACUNO

MATHEMATICAL PROGRAMMING OF THE MOVEMENT BALANCE IN BOVINE HERD

Ramiro Infante Roblejo¹

E-mail: rinfanter@udg.co.cu

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6172-2363>

José E. Martínez Serra²

E-mail: joseems@yandex.com

¹ Convenio Universidad Metropolitana del Ecuador-Universidad de Granma. Cuba.

² Universidad Nacional de Educación. Cuenca. Ecuador.

Cita sugerida (APA, sexta edición)

Infante Roblejo, R., Martínez Serra, J. E. (2019). Programación matemática del balance de movimiento de rebaño vacuno. *Universidad y Sociedad*, 11(4), 238-251. Recuperado de <http://rus.ucf.edu.cu/index.php/rus>

RESUMEN

El trabajo tiene como propósito diseñar y aplicar un procedimiento para la programación del balance de movimiento de rebaño vacuno utilizando técnicas cuantitativas de gestión. El desarrollo de la investigación se sustenta en la utilización de la metodología de la modelación económico-matemática que se fundamenta en el método de la modelación. Se construye y desarrolla un modelo matemático de programación de meta lineal con prioridades, que permite solucionar el problema de la insuficiente integración de indicadores técnico-productivos y económicos, dificultad que impide la realización de un adecuado proceso de planificación en la producción ganadera. La solución del modelo matemático permite una reestructuración más eficiente de la composición del rebaño por categoría de edad y sexo, en función de la mayor producción mercantil de carne en pie del rebaño, lográndose beneficios productivos con el aumento de la producción mercantil total de carne, con respecto al obtenido por los métodos convencionales de planificación.

Palabras clave: Balance, técnicas cuantitativas, programación de meta lineal, planificación.

ABSTRACT

This paper is aimed at designing and implementing a procedure for programming the balance in bovine herd movement using quantitative management techniques. The development of the research is based on the application of the economic-mathematical modeling, using the modeling method as a foundation. A mathematical model for linear goal programming is designed and developed with priorities that provide solution to the insufficient integration of technical-productive and economic indicators; which impede the development of an adequate process for planning livestock production. The solution provided with the mathematical model allows restructuring, in a more efficient way, the composition of livestock according to age and sex, so that more meat for the market is produced, and more productive benefits are achieved to increase the total commercial production of meat in comparison to the production obtained through conventional planning methods.

Keywords: Balance, quantitative techniques, linear goal programming, planning.

INTRODUCCIÓN

La producción y el crecimiento del rebaño del ganado vacuno se planifican con ayuda de cálculos especiales, en dependencia de las particularidades biológicas de cada una de las categorías de los animales (Prado, Fernández & Sagaró, 2007). No obstante, mediante la aplicación de los métodos convencionales de planificación no se logra una efectiva correlación de indicadores productivos, zootécnicos y económicos entre las distintas categorías de edad y sexo del ganado, lo que imposibilita seleccionar una adecuada estructura de la masa ganadera por categorías y un eficiente movimiento de rebaño.

La complejidad del proceso económico-productivo de la actividad ganadera dificulta considerablemente no sólo el análisis y comprensión de dicho objeto de estudio, sino también la integración de todos los factores condicionantes y la planificación de su desarrollo.

Una vía efectiva para lograr el perfeccionamiento de la planificación de los procesos económicos de la producción ganadera y su integración, es mediante la aplicación de técnicas de avanzada de gestión por medio de los métodos y modelos económico-matemáticos; por lo que constituye una necesidad en dichos procesos el empleo de técnicas modernas de gestión empresarial, adecuadas a cada escenario económico y productivo en particular.

Lo expresado da relevancia al problema científico abordado, que consiste en que la insuficiente integración de indicadores técnico-productivos y económicos limita la realización de un adecuado proceso de planificación de la producción ganadera.

Los trabajos sobre la utilización de los métodos cuantitativos en la planificación de la ganadería vacuna se encuentran dispersos y no son muy abundantes. Sin embargo, existen aplicaciones de modelos económico-matemáticos de programación lineal y de toma de decisiones multicriterios en la planificación de los procesos agropecuarios; entre otros se encuentran los realizados por González & Brezo (1987); Ahumada & Villalobos (2009); Mezghani, Rebai, Dammak & Loukil (2009); Stygar & Makulska (2010); Ortuño & Vitoriano (2011); Dave (2015); y Zgajnar & Kavcic (2016). Los trabajos desarrollados y aplicados de manera general han estado encaminados a la aplicación de métodos cuantitativos para la toma de decisiones en la planificación agropecuaria, en la optimización del balance alimentario, en la planificación del desarrollo prospectivo y optimización del movimiento de rebaño.

La literatura científica relacionada con la modelación matemática del movimiento de rebaño vacuno es escasa; no obstante, González & Brezo (1987), desarrollan un modelo matemático de programación lineal. Para su planteamiento matemático, establecen una adecuada simbología para los diferentes elementos del movimiento de rebaño en sus diferentes fases, considerando por categoría de edad y sexo lo referente a: existencia al inicio y

final de año, nacimientos, porcentaje de ganado extraído para carne o venta, porcentaje de pérdidas, peso promedio vivo de cada cabeza de ganado, transferencias a categorías superiores y llegadas de categorías inferiores.

El modelo de programación lineal desarrollado por González & Brezo (1987), presenta las siguientes limitaciones: no se encuentra debidamente estructurado, ya que no se definen las variables de decisión ni los parámetros del modelo que permitan una construcción consecuente del sistema de restricción y de la función objetivo; no posee una metodología para determinar y validar los principales parámetros del modelo mediante la aplicación de las bondades que brinda el análisis econométrico y la estadística matemática; y el análisis económico realizado a la solución óptima es poco profundo, ya que no se hace un análisis integral de los resultados obtenidos correspondientes a variables, restricciones y función objetivo.

El estudio realizado a los trabajos de Ahumada & Villalobos (2009); Mezghani, et al. (2009); Stygar & Makulska (2010); Ortuño & Vitoriano (2011); Dave (2015); y Zgajnar & Kavcic (2016), y de manera relevante el estudio efectuado al problema de optimización del balance de movimiento de rebaño planteado por González & Brezo (1987), permitió realizar el análisis propuesto, desarrollar y aplicar un modelo económico-matemático de meta con prioridad; técnica cuantitativa aplicada a los problemas de toma de decisiones multicriterios, fundamentada en los criterios dados por Moskowitz & Wright (1992); y Eppen, Gould, Schmidt, Moore & Watherford (2000), donde se exhibe una manera de resolver los problemas de programación lineal no factibles.

Los objetivos del trabajo consisten en diseñar un procedimiento para la programación del balance de movimiento de rebaño vacuno utilizando las técnicas cuantitativas de gestión, y demostrar la factibilidad del empleo del procedimiento propuesto como instrumento de planificación.

Con el cumplimiento de los objetivos planteados, se pretende el perfeccionamiento del modelo de optimización del movimiento de rebaño desarrollado por González & Brezo (1987).

DESARROLLO

El desarrollo de la investigación se sustenta en la utilización de la metodología de la modelación económico-matemática, donde se utilizan, como base metodológica, los criterios planteados por Moskowitz & Wright (1992); y Eppen, et al. (2000).

El modelo que se expone fue aplicado en la planificación del movimiento de rebaño en una empresa de cría de ganado vacuno.

Formulación general del problema a modelar

La reproducción del rebaño se realiza de forma planificada mediante el balance del movimiento de rebaño, que constituye uno de los procesamientos de datos y tratamientos de la información más significativos del sistema de balance de planificación de la ganadería (González & Brezo, 1987).

En la producción ganadera aparecen condiciones alternativas para el movimiento de rebaño, que se reflejan en la siguiente problemática ¿Cuántas cabezas de cada categoría edad-sexo es necesario extraer y vender, así como transferir, a la categoría de orden superior?

La transferencia o extracción del ganado depende de la existencia de cabezas al inicio del año, de la cantidad de nacimientos, y de la necesidad de tener al final del año una determinada estructura en el rebaño, que garantice la reproducción normal del ganado en el futuro y el crecimiento de la producción de carne y leche según los ritmos planificados.

Además, es necesario tener en cuenta las siguientes situaciones: primero, el porcentaje de extracción de ganado para carne o para vender por cada categoría, deberá ser calculado de forma que se obtenga la cantidad máxima de producción ganadera y se asegure una correlación estructural entre categorías que permita la reproducción normal del rebaño en los siguientes ciclos de su desarrollo; segundo, las transferencias de los animales de una categoría a la superior, deben realizarse manteniendo los plazos de cría normales del rebaño en correspondencia con las características de cada categoría (González & Brezo, 1987).

Para lograr lo antes expuesto y dar solución a la problemática planteada, se utilizan los métodos modernos de planificación, mediante el empleo de técnicas cuantitativas de gestión como la modelación económico-matemática, que se ajusta a los requerimientos anteriores a través de un modelo de programación matemática de meta lineal con prioridades; modelo matemático más flexible que el de programación lineal, ya que permite que las metas conflictivas e inconmensurables sean especificadas y conduzcan a una solución satisfactoria en término de las metas prioritarias de la administración (Moskowitz & Wright, 1992).

Planteamiento matemático del modelo

Con el fin de lograr que el proceso económico modelado sea efectivo, se tienen en cuenta los factores más relevantes en la planificación del movimiento de rebaño, tratando de no soslayar aquellos que tienen mayor incidencia en la problemática, a fin de evitar decisiones erróneas. La posibilidad de conjugar estos factores sobre una base científicamente argumentada, se logra mediante la elaboración de modelos económico-matemáticos de programación de meta con prioridades para determinar la estructura satisfactoria del movimiento de rebaño.

Tomando como referencia a González & Brezo (1987), los elementos más relevantes del movimiento de rebaño del ganado vacuno pueden ser expresados mediante la *nomenclatura de las variables de decisión y parámetros del modelo* que se muestran en la tabla 1, donde el ganado vacuno se subdivide en una serie de categorías de edad-sexo, partiendo del desarrollo fisiológico de la masa ganadera y de las formas organizativas consideradas para su cría y explotación.

Tabla 1. Nomenclatura de las variables de decisión y parámetros del movimiento de rebaño (donde: $i = 1, \dots, 12$ diferentes categorías de edad y sexo).

Categorías de edad y sexo	Existencia al inicio del año (cabezas)	Nacimientos previstos (cabezas)	Porcentaje de ganado extraído para carne o ventas X_i (%)	Porcentaje de pérdidas (tasa de mortalidad) (%)	Peso vivo promedio de cada cabeza de ganado (kg)
1- Vacas	a_1	-	X_1	m_1	p_1
2- Novillas	a_2	-	X_2	m_2	p_2
3- Añejas	a_3	-	X_3	m_3	p_3
4- Terneras, hasta un año	a_4	-	X_4	m_4	p_4
5- Terneras, crías	$a_5 = 0$	C_5	X_5	m_5	p_5
6- Toros para Ceba	a_6	-	X_6	m_6	p_6
7- Bueyes	a_7	-	X_7	m_7	p_7
8- Sementales	a_8	-	X_8	m_8	p_8
9- Toretes	a_9	-	X_9	m_9	p_9
10- Añejos	a_{10}	-	X_{10}	m_{10}	p_{10}
11- Terneros, hasta un año	a_{11}	-	X_{11}	m_{11}	p_{11}
12- Terneros, crías	$a_{12} = 0$	C_{12}	X_{12}	m_{12}	p_{12}
Total	a	-	-	-	-

(Continuación tabla 1)

Categorías de edad y sexo	Llegadas de la categoría inmediata inferior X_{i+n} (cabezas)	Transferencias de ganado a la categoría inmediata superior X_{i+2n} (cabezas)	Existencia al final del año X_{i+3n} (cabezas)	Compras a terceros X_{i+4n} (cabezas)
1- Vacas 2- Novillas 3- Añejas 4- Terneras, hasta un año 5- Terneras, crías 6- Toros para Ceba 7- Bueyes 8- Sementales 9- Toretes 10- Añejos 11- Terneros, hasta un año 12- Terneros, crías	X_{13} X_{14} X_{15} X_{16} $X_{17} = 0$ X_{18} X_{19} X_{20} X_{21} X_{22} X_{23} $X_{24} = 0$	$X_{25} = 0$ X_{26} X_{27} X_{28} X_{29} $X_{30} = 0$ $X_{31} = 0$ $X_{32} = 0$ X_{33} X_{34} X_{35} X_{36}	X_{37} X_{38} X_{39} X_{40} $X_{41} = 0$ X_{42} X_{43} X_{44} X_{45} X_{46} X_{47} $X_{48} = 0$	X_{49} X_{50} X_{51} X_{52} X_{53} X_{54} X_{55} X_{56} X_{57} X_{58} X_{59} X_{60}
Total	-	-	b	-

En la especificación de la nomenclatura, se anulan algunas variables de decisión y parámetros del modelo matemático de metas con prioridades, dado por las siguientes condiciones:

- En las categorías superiores de vacas, toros, bueyes y sementales, no existen transferencias de animales a otras categorías superiores, por tanto, las variables transferencia de ganado a categorías superiores X_{25} , X_{30} , X_{31} , y X_{32} son iguales a cero.
- En las categorías inferiores de crías recién nacidas, no existe llegadas de otras categorías inferiores, pues no existen; en estas condiciones, las variables llegadas de categorías inferiores X_{17} y X_{24} se anulan.
- Los animales pertenecientes a las categorías terneras y terneros crías al finalizar el año pasarán a la categoría superior terneras y terneros hasta un año de edad. En correspondencia con lo expresado, las variables existencia al final del año X_{41} y X_{48} son iguales a cero y, por consiguiente, las existencias a inicio de año de terneras y terneros crías son iguales a cero, por tanto los parámetros a_5 y a_{12} se anulan.

Planteamiento matemático del modelo de meta con prioridades para la programación del movimiento de rebaño.

Índice:

$i = 1, \dots, n$ Categorías de edad y sexo, con un valor de $n = 12$.

donde: $i = 1$ Vacas; $i = 2$ Novillas; $i = 3$ Añejas; $i = 4$ Terneras, hasta un año; $i = 5$ Terneras, crías; $i = 6$ Toros para Ceba; $i = 7$ Bueyes; $i = 8$ Sementales; $i = 9$ Toretes; $i = 10$ Añejos; $i = 11$ Terneros, hasta un año; e $i = 12$ Terneros, crías.

Variables de decisión:

X_i Porcentaje de cabezas del rebaño destinadas a la venta o al sacrificio por categoría de edad y sexo i .

X_{i+n} Cantidad (número) de cabezas del rebaño correspondientes a la categoría de edad y sexo i , llegadas de la categoría inmediata inferior.

X_{i+2n} Cantidad (número) de cabezas del rebaño correspondientes a la categoría de edad y sexo i , transferidas a la categoría inmediata superior.

X_{i+3n} Cantidad (número) de cabezas del rebaño por categoría de edad y sexo i , al final del año.

X_{i+4n} Cantidad (número) de cabezas de animales a comprar por categoría de edad y sexo i a terceros.

Variables de desviación:

d_{1i}^+ y d_{1i}^- : Cantidad por encima y por debajo, respectivamente, respecto a la meta de la restricción del movimiento de las categorías por edad y sexo i del rebaño.

d_{2i}^+ y d_{2i}^- : Cantidad por encima y por debajo, respectivamente, respecto a la meta de la restricción que garantiza la transferencia de animales hacia las categorías i inmediatas superiores.

d_3^- : Cantidad por debajo respecto a la meta de la restricción que garantiza la existencia del rebaño planificado al final del año.

d_{4i}^+ y d_{4i}^- : Cantidad por encima y por debajo, respectivamente, respecto a la meta de la restricción que garantiza la correlación estructural necesaria entre distintas categorías i .

d_5^+ y d_5^- : Cantidad por encima y por debajo, respectivamente, respecto a la meta de la restricción que garantiza la producción mercantil de carne en pie del rebaño.

Definición de parámetros y coeficientes del modelo:

Notación	Definición de parámetros y coeficientes del modelo
a_i	Número de cabezas del rebaño a inicio del año por categoría de edad y sexo i .
a	Número total de cabezas del rebaño a inicio del año.
c_i	Número de cabezas previstas a nacer de las categorías terneras crías y terneros crías i .
m_i	Porcentaje de pérdida (tasa de mortalidad) por categoría de edad y sexo i .
p_i	Kilogramos del peso vivo promedio de cada cabeza de ganado por categoría de edad y sexo i .
g_i g_i^{OE}	Cantidad mínima y máxima de cabezas de ganados por categoría de edad y sexo i , respectivamente.
d_i d_i'	Cantidad mínima y máxima de cabezas de ganados a comprar por categoría de edad y sexo i , respectivamente.
V	Número de cabezas mínimas de vacas necesarias para garantizar la producción de leche planificada de las vacas.
R	Producción promedio de leche anual por vaca, en litros.
P	Plan de producción de leche para el año, en litros.
b	Número de cabezas del rebaño planificadas total al final del año.
h_i h_i'	Porcentaje mínimo y máximo de ganado extraído para carne o venta por categoría de edad y sexo i , respectivamente.
t'	Valor máximo de proporcionalidad de la correlación estructural entre la categoría de edad y sexo inferior $(i+3n)$ con respecto a la categoría de edad y sexo inmediata superior $[(i+3n)-1]$ del rebaño al final del año.
\hat{B}_2	Ritmo de crecimiento o decrecimiento del rebaño, donde: $\hat{E}_{(Y_t/X_t)} = \hat{Y}_t = \hat{\beta}_1 \pm \hat{\beta}_2 X_t$.
L_{superior}	Límite superior del intervalo de confianza, para $\hat{\beta}_2$.
B	Producción mercantil de carne en pie del rebaño.
$\frac{a_i X_i}{100}$	Número de cabezas del rebaño destinadas a la venta o al sacrificio por categoría de edad y sexo i , excepto terneras crías y terneros crías.
$\frac{a_i m_i}{100}$	Número de cabezas del rebaño que desaparezcan por las diferentes causas de pérdida, como mortalidad, por categoría de edad y sexo i , excepto terneras crías y terneros crías.

$\frac{c_i X_i}{100}$	Número de cabezas del rebaño destinadas a la venta o al sacrificio por categoría de edad y sexo de terneras crías y terneros crías.
$\frac{c_i m_i}{100}$	Número de cabezas del rebaño que desaparezcan por las diferentes causas de pérdida, como mortalidad, por categoría de edad y sexo de terneras crías y terneros crías.
$\frac{a_i X_i}{100} P_i$	Término que representa la producción mercantil de carne en pie de las categorías de edad y sexo i, excepto las categorías terneras crías y terneros crías.
$\frac{c_i X_i}{100} P_i$	Término que presenta la producción mercantil de carne en pie de las categorías de edad y sexo i, terneras crías y terneros crías.

Definición de las metas de preferencia:

Se definen en orden de importancia decreciente, siendo P_1 la prioridad más importante.

- P_1 - Para garantizar producción mercantil de carne en pie del rebaño.
- P_2 - Para garantizar el plan de cabezas del rebaño por categoría de edad y sexo al final del año.
- P_3 - Para garantizar la adecuada correlación estructural entre distintas categorías.
- P_4 - Para garantizar el adecuado movimiento de las categorías por edad y sexo del rebaño.
- P_5 - Para garantizar la transferencia de animales hacia las categorías inmediatas superiores.

Sistema de restricciones:

Restricción de tipo I: Para el movimiento de las categorías por edad y sexo del rebaño.

$$\frac{a_i X_i}{100} - X_{i+n} - X_{i+4n} + X_{i+2n} + X_{i+3n} + d_{1i}^- - d_{1i}^+ = a_i - \frac{a_i m_i}{100}; \quad i = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11$$

Restricción de tipo II: Para el movimiento de las categorías terneras crías y terneros crías del rebaño.

$$\frac{c_i X_i}{100} + X_{i+2n} = c_i - \frac{c_i m_i}{100}; \quad i = 5, 12$$

Restricción de tipo III: Para garantizar la transferencia de animales hacia las categorías inmediatas superiores.

$$\frac{a_i X_i}{100} + X_{i+2n} + d_{2i}^- - d_{2i}^+ = a_i - \frac{a_i m_i}{100}; \quad i = 2, 3, 4, 9, 10, 11$$

Restricción de tipo IV: Para garantizar un determinado rango de animales en algunas de las categorías.

$$X_{i+3n} \geq g_i; \quad i = 1, \dots, n \quad \quad \quad X_{i+3n} \leq g'_i; \quad i = 1, \dots, n$$

Una aplicación de la restricción a la categoría de vacas, consiste en garantizar un rebaño final de vacas con el que se pueda cumplir con el plan de producción de leche, se expresa por:

$$X_{i+3n} \geq V; \quad i = 1 \quad \text{donde: } P = \left(\frac{a_i + X_{i+3n}}{2}\right)R \quad \quad P = \left(\frac{a_i + V}{2}\right)R \quad \quad V = \frac{2P}{R} - a_1$$

Restricción de tipo V: Para garantizar el rebaño planificado al final del período de un año.

$$\sum_{i=1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11} X_{i+3n} + d_3^+ = b \quad \text{donde: } b = a + L_{\text{superior}}$$

Restricción de tipo VI: Para garantizar la correspondencia entre la transferencia de animales de una categoría a otra.

$$X_{i+n} - X_{(i+2n)+1} = 0; \quad i=1,2,3,4,9,10,11$$

$$\sum_{i=5,7,8} X_{i+n} - X_{33} = 0; \quad \text{Transferencia de toretes a las categorías superiores.}$$

Restricción de tipo VII: Para regular la extracción de animales para carne o venta dentro de cada una de las categorías.

$$X_i \geq h_i; \quad i=1, \dots, n \quad X_i \leq h'_i; \quad i=1, \dots, n$$

Restricción de tipo VIII: Para garantizar la correlación estructural necesaria entre distintas categorías.

$$X_{i+3n} - t'X_{(i+3n)+1} + d_{4i}^- - d_{4i}^+ = 0; \quad i=1, \dots, n$$

Restricción de tipo IX: Para garantizar las compras a terceros.

$$X_{i+4n} \geq d_i; \quad i=1, \dots, n \quad X_{i+4n} \leq d'_i; \quad i=1, \dots, n$$

Restricción de tipo X: Para garantizar la producción mercantil de carne en pie del rebaño.

$$\sum_{i=1,2,3,4,6,7,8,9,10,11} \frac{a_i X_i}{100} p_i + \sum_{i=5,12} \frac{c_i X_i}{100} p_i + d_5^- - d_5^+ = B$$

Restricción de tipo XI: Condición de no negatividad de las variables.

$$X_i \geq 0; \quad i=1, \dots, n \quad X_{i+n} \geq 0; \quad i=1, \dots, n \quad X_{i+2n} \geq 0; \quad i=1, \dots, n$$

$$X_{i+3n} \geq 0; \quad i=1, \dots, n \quad X_{i+4n} \geq 0; \quad i=1, \dots, n$$

$$d_{1i}^- \geq 0; \quad d_{1i}^+ \geq 0; \quad i=1,2,3,4,6,7,8,9,10,11 \quad d_{2i}^- \geq 0; \quad d_{2i}^+ \geq 0; \quad i=2,3,4,9,10,11$$

$$d_3^- \geq 0 \quad d_{4i}^- \geq 0; \quad d_{4i}^+ \geq 0; \quad i=1, \dots, n \quad d_5^- \geq 0; \quad d_5^+ \geq 0$$

Función objetivo:

$$\text{Mínimo } Z = P_1(d_5^- + d_5^+) + P_2 d_3^- + P_3(d_{4i}^- + d_{4i}^+) + P_4(d_{1i}^- + d_{1i}^+) + P_5(d_{2i}^- + d_{2i}^+)$$

Esbozo teórico sobre la determinación y validación de la cantidad de cabezas del rebaño planificadas total al final del año (b)

La cantidad de cabezas del rebaño planificadas total al final del año se determina a partir de su comportamiento tendencial. Por tanto, inicialmente se estima el ritmo de crecimiento o decrecimiento de la masa ganadera ($\hat{\beta}_2$) y a partir del mismo se determina cantidad de cabezas del rebaño planificadas para el final del período (b).

Para la estimación y validación del ritmo de crecimiento o decrecimiento del rebaño, se emplean las bondades de la estimativa y la inferencia del análisis regresión. Para determinar el modelo matemático de mejor ajuste, se tienen en cuenta la prueba de hipótesis F de Fisher, así como las diferentes pruebas de los supuestos básicos de autocorrelación, heterocedasticidad y normalidad. La estimación de los modelos de regresión lineal simple se apoya en la aplicación del paquete de programa estadístico y econométrico, Eviews. Los modelos de regresión lineal comprobados fueron el de tipo: lineal, cuadrático, y cúbico, entre los más importantes.

A partir del comportamiento anual de la cantidad total de animales del rebaño, es posible ajustar una función continua representada por la ecuación de regresión estimada $\hat{E}_{(Y_t, X_t)} = \hat{Y}_t = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_t$, donde, \hat{Y}_t es la cantidad de cabezas del rebaño al final del año, estimado por el modelo de regresión lineal en el período t (en cabezas);

X es la variable predictora tiempo (en año); $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$ estimadores mínimos cuadráticos, $\hat{\beta}_2$, representa, el ritmo de crecimiento o decrecimiento del rebaño, en dependencia del signo, y $\hat{\beta}_1$ es el intercepto.

Para determinar la precisión de la ecuación de regresión lineal estimada, se emplea la prueba de hipótesis F de Fisher, que se apoya en la descomposición de la variación total. Siendo el planteamiento de la prueba de hipótesis: $H_0: b_2 = 0$; $H_1: b_2 \neq 0$; donde: b_2 representa el valor paramétrico correspondiente a la ecuación de regresión estimada.

Para comprobar la validez de las pruebas estadísticas de F de Fisher; así como la eficiencia de la estimación obtenida a partir de la ecuación de regresión, se procede a verificar los supuestos básicos del modelo mediante la comprobación de las pruebas: Durbin-Watson, General de Heterocedasticidad de White y Jarque-Bera.

Para hallar el comportamiento del ritmo de crecimiento o decrecimiento anual del rebaño, se toman como referencia los últimos quince años, con el propósito de verificar las pruebas de hipótesis de referencia.

Análisis del intervalo de confianzas para el coeficiente $\hat{\beta}_2$ de la ecuación de regresión.

Para dar mayor flexibilidad al modelo de programación de meta lineal con prioridades, se realizan inferencias a partir de la estimación del intervalo de confianza al coeficiente de regresión, que expresa el ritmo de crecimiento o

decrecimiento del rebaño al final del año, $\hat{\beta}_2$.

El intervalo de confianza es uno de los procedimientos generales de la inferencia estadística que puede aplicarse a los problemas de análisis de regresión, para realizar estimaciones y para el contraste de hipótesis. En el contexto de estimar el parámetro poblacional, el intervalo de confianza representado por $\hat{\beta}_2 \pm t_{1-\alpha/2}(n-p) \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}$ es un rango de valores, calculado a partir de los datos de una muestra, en el cual podría encontrarse el verdadero valor del parámetro (Gujarati, 2003).

El término independiente b de la restricción cinco es el valor resultante de la suma algebraica de la existencia real inicial del rebaño (a) y el límite superior del intervalo de confianza de $\hat{\beta}_2$.

Resultados del análisis estadístico-matemático realizado al parámetro cantidad de cabezas del rebaño planificadas total al final del año (b)

El comportamiento del rebaño al final de año se ajusta a la ecuación de regresión predictora

$\hat{E}_{(Y_t/X_t)} = \hat{Y}_t = 16159,14 - 467,32 X_t$, con coeficiente de correlación y de determinación de -0,937 y 0,878, respectivamente, como se exhibe en la tabla 2 del informe del EViews, lo que demuestra que la variable predictora explica que aproximadamente el 88% de la variación del movimiento de la existencia final de rebaño durante el período objeto de estudio. Por ende, se puede considerar el tiempo como una buena variable predictora, con el propósito de determinar el ritmo de crecimiento o decrecimiento de la masa ganadera anualmente.

Para verificar la confiabilidad de la ecuación de regresión ajustada y la validez de las proyecciones realizadas, se aplica la prueba de hipótesis de F de Fisher. Como la probabilidad de F-statistic o valor p igual a cero es menor que el nivel de significación del 0,05, por tanto la ecuación de regresión lineal simple se considera como buena predictora del valor del ritmo de decrecimiento de la masa ganadera partir de su comportamiento anual.

Tabla 2. Resultado estadístico del modelo de regresión lineal (EViews).

Dependent Variable: Y Method: Least Squares Included observations: 15				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	16159.14	438.4172	36.85791	0.0000
X	-467.3179	48.21947	-9.691477	0.0000
R-squared				
Adjusted R-squared	0.878419	Mean dependent var	12420.60	
S.E. of regression	0.869067	S.D. dependent var	2229.854	
Sum squared resid	8463425.	Akaike info criterion	16.34776	
	-120.6082	Schwarz criterion	16.44216	
Log likelihood	1.508921	F-statistic	93.92473	
Durbin-Watson stat		Prob(F-statistic)	0.000000	

Para analizar la normalidad se toma como referencia la prueba Jarque-Bera (JB), cuyos resultados se muestran en la figura 1. Como la probabilidad asociada al estadístico JB de 0,94 es superior al nivel de significación del 0,05, no existen elementos para rechazar la hipótesis nula, lo que implica que la variable regresada rebaño al final del año sigue una distribución normal para un nivel de significación del 0,05. Como la asimetría toma valor negativo, la distribución normal presenta una deformación hacia la izquierda, y al ser la curtosis menor que tres, la distribución es menos apuntada que la normal, denominada platicúrtica.

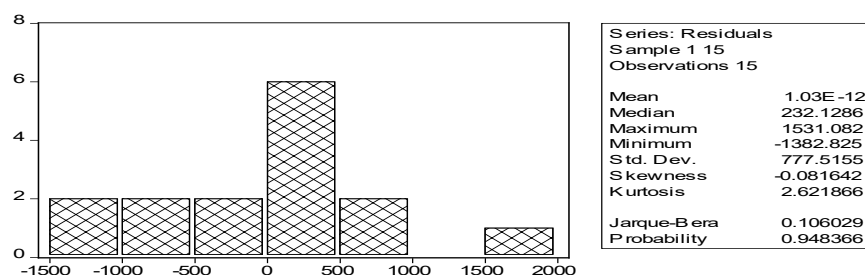


Figura 1. Resultado de la prueba de normalidad Jarque-Bera (EViews).

Aplicando la Prueba Durbin-Watson se verificó que el valor estimado d es 1,508, cumple la condición $du < d < (4-du)$, o sea, $1,361 < 1,508 < 2,639$, situándose en la zona de aceptación, por lo que se puede afirmar, que no existe autocorrelación serial de primer orden.

Una forma para detectar la heterocedasticidad lo constituye la prueba general de heterocedasticidad de White, tabla 3. Como el valor del estadístico nXR^2 de 0,54 no es superior al valor crítico de $X^2_{(0,95; 2)}$ igual a 5,99, no se rechaza la hipótesis nula, concluyendo que no existe heterocedasticidad. Este resultado se puede corroborar, ya que la probabilidad asociada al estadístico de 0,76 es superior al nivel de significación del 0,05.

Tabla 3. Prueba general de heterocedasticidad de White (EViews).

White Heteroskedasticity Test:			
F-statistic	0.225256	Probability	0.801612
Obs*R-squared	0.542763	Probability	0.762326

Como resultado de aplicar las pruebas: Durbin-Watson, White y Jarque-Bera, se comprueba que no existe autocorrelación; que existe homocedasticidad en la varianza del error, es decir, las perturbaciones son homoscedásticas, y que existe normalidad en los residuos para un nivel de significación del 0,05, se concluye que la ecuación de regresión estimada constituye el modelo matemático adecuado que permite realizar las proyecciones correctas de la cantidad de cabezas del rebaño.

Determinada la ecuación de regresión lineal estimada y considerada como de buen ajuste y buena predictora, esta se utilizará para proyectar el comportamiento de la masa ganadera al final del período de un año, es decir, permitirá obtener el término independiente de la restricción de tipo cinco: rebaño planificado al final del período.

Con el interés de incorporarle mayor flexibilidad al modelo de programación de meta lineal para el movimiento del rebaño, se considera la necesidad de realizar inferencias a partir de la estimación del intervalo de confianza al

coeficiente de regresión que expresa el ritmo de decrecimiento del rebaño al final del año $\hat{\beta}_2$.

Los resultados del intervalo de confianza se obtienen mediante la utilización del paquete estadístico EViews, como se muestra en la tabla 4:

Tabla 4. Intervalos de confianza para \hat{B}_i (EViews).

Coefficient Confidence Intervals			
Variable	Coefficient	95% CI	
		Low	High
C	16159.14	15212.000	17106.286
X	-467.31	-571.490	-363.146

En correspondencia con lo expresado en la restricción de tipo cinco, esta se acota superiormente, con el valor resultante de adicionar a la existencia real inicial el límite superior del intervalo de confianza, resultando como el término independiente de la restricción la cantidad de 9335 animales, es decir, 9698 menos 363, 146. Generándose a partir de

$$\sum_{i=1,2,3,4,5,7,8,9,10,11} X_{i+3n} + d_3^* = b + L_{superior}, \text{ la restricción particular:}$$

$$X_{37} + X_{38} + X_{39} + X_{40} + X_{42} + X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + d_3^* \leq 9335$$

Análisis de la solución obtenida

Para el análisis de la solución del modelo, se toma como referencia el reporte del Programa WinQSB¹ correspondiente al módulo Linear goal programming and Integer linear goal programming. Los resultados de la solución satisfactoria han sido tabulados en la tabla 5, lo que constituye una adecuada presentación del *balance de movimiento de rebaño por categorías*.

¹ Quantitative System Business.

Tabla 5. Movimiento de rebaño propuesto para el año 2017.

Categorías de edad y sexo	Rebaño al inicio del año		Entradas		
	Animales a_i (cabezas)	Estructura (%)	Nacimientos C_i (cabezas)	Llegadas de la categoría inmediata inferior X_{i+n} (X_{13} a X_{24}) (cabezas)	Compras a terceros X_{i+4n} (X_{49} a X_{60}) (cabezas)
Vacas		35,71	-	1983	0
Novillas	3463	23,51	-	366	0
Añojas	2280	5,74	-	721	0
Terneras, hasta un año	557	11,76	-	896	0
Terneras, crías	1140	0,00	943	0	0
Toros para Ceba	0	3,18	-	260	0
Bueyes	308	2,01	-	76	0
Sementales	195	0,02	-	0	0
Toretos	2	2,67	-	559	0
Añojos	259	3,67	-	785	0
Terneros	356	11,73	-	979	0
Terneros, crías	1138	0,00	1030	0	0
Total	a = 9698	100	1973	6625	0

(Continuación tabla 5)

Categorías de edad y sexo	Salidas					Pérdidas $\frac{a_i m_i}{100}$ o $\frac{c_i m_i}{100}$ (cabezas)
	Transferencias de ganado a la categoría inmediata superior X_{i+2n} (X_{25} a X_{36}) (cabezas)	Ventas a otras empresas o para el sacrificio Porcentaje de ganado extraído X_i (X_1 a X_{12}) (%)	Animales $\frac{a_i X_i}{100}$ o $\frac{c_i X_i}{100}$ (cabezas)	Peso vivo promedio (kg)	Total extraído para carne (kg)	
Vacas	0	8	277	360	99720	90
Novillas	1983	11	251	240	60240	46
Añojas	366	25	139	220	30580	52
Terneras	721	28	319	120	38280	100
Terneras, crías	896	0	0	0	0	47
Toros para Ceba	0	20	62	420	26040	5
Bueyes	0	8	16	400	6400	5
Sementales	0	0	0	450	0	0
Toretos	336	85	220	320	70400	12
Añojos	559	35	125	220	27500	58
Terneros	785	20	228	120	27360	125
Terneros, crías	979	0	0	0	0	51
Total	6625	-	1636	-	386520	591

(Continuación tabla 5)

Categorías de edad y sexo	Variable de desviación restricción movimiento de rebaño		Término independiente de la restricción	Rebaño al final de año	
	d_i^-	d_i^+		Animales (cabezas)	Estructura
				X_{i+3n} (X_{37} a X_{48})	(%)
Vacas	1299	0	3373	3850	41,24
Novillas	0	1434	2234	1800	19,28
Añojas	71	0	505	650	6,96
Terneras	0	37	1040	933	9,99
Terneras, crías	0	0	896	0	0,00
Toros para Ceba	201	0	303	300	3,21
Bueyes	0	0	190	250	2,67
Sementales	0	0	2	2	0,02
Toretos	0	0	247	250	2,67
Añojos	0	0	298	400	4,28
Terneros	79	0	1013	900	9,64
Terneros, crías	0	0	979	0	0,00
Total	-	-	-	b = 9335	100,00

- **Análisis de las entradas del balance de movimiento de rebaño:**

Un momento trascendental en el movimiento de rebaño son los cambios de categorías que se originan en correspondencia con la edad y sexo del rebaño, es decir las transferencias que se producen de la categoría inferior a la categoría inmediata superior dentro del mismo sexo. En total se produce el traslado natural entre las categorías de 6625 animales, y tienen un peso importante las transferencias de las categorías de edades inferiores a las categorías vacas, añojas, terneras, añojos y terneros, representando el 80,96% de las transferencias totales.

- **Análisis de las salidas del balance de movimiento de rebaño:**

El porcentaje satisfactorio del rebaño extraído para la venta o el sacrificio con respecto a la existencia inicial, se encuentra formado por nueve categorías por grupos de edad y sexo, como se muestra a continuación: 8% de las vacas, 11% de las novillas, 25% de las añojas, 28% de las terneras, 20% de los toros, 8% de los bueyes, 85% de los toretos, 35% de los añojos, y 20% de los terneros. En total se extraen para la venta o el sacrificio 1636 cabezas.

La cantidad satisfactoria de cabezas del rebaño destinados a la venta o sacrificio desglosado por categoría de edad y sexo permitirá alcanzar una producción mercantil de carne en pie del rebaño total anual de 386520

kg, superior en 37985 kg, es decir, en un 9,83% a la producción mercantil planificada de carne en pie del rebaño total.

Los terneros, las terneras hasta un año, las vacas y los añojos son las categorías que mayor incidencia tienen en las pérdidas por muerte, constituyendo el 63,11% del total de las muertes.

- **Análisis de la estructura satisfactoria del rebaño completo al final de año:**

Para el análisis del balance de movimiento de rebaño desde la perspectiva productiva y económica, es indispensable la evaluación de la estructura más adecuada del rebaño al final de año, siendo la solución satisfactoria la mejor variante en el contexto del modelo matemático planteado; es decir, es la estructura que mejor representa las existencias finales por cada una de las categorías, la cual queda representada por la cantidad de animales y el porcentaje exhibido en las dos últimas columnas de la tabla 5, alcanzando un rebaño total de 9335 cabezas.

Se destaca que las vacas y novillas, como categorías estratégicas para el desarrollo de la masa ganadera, representan el 60,52% del rebaño al final de año, lo que contribuirá a garantizar para el año 2017 la reproducción y futuro crecimiento del rebaño, así como, lograr el nivel satisfactorio de producción de leche planificada anual de 750000 litros.

- *Comparación entre la estructura propuesta² y la planificada por la empresa:*

La comparación entre la estructura del rebaño derivada de la solución satisfactoria del modelo matemático de meta con prioridades y la estructura del rebaño planificada por la empresa para el año, es un aspecto importante en el análisis de la solución satisfactoria obtenida, y que sirve para medir la validez de la proyección realizada, máxime cuando se estudia el comportamiento y evolución de la masa ganadera que constituye un proceso económico-productivo complejo.

Al contrastar la estructura propuesta del rebaño al final de año con respecto a la estructura planificada por la empresa para el mismo período, se plantea un crecimiento del 1,46% de cabezas con respecto a lo planificado, equivalente a 134 animales como se exhibe en la tabla 6.

Tabla 6. Estructura propuesta y planificada del rebaño para final de año.

Categorías de edad y sexo	Estructura propuesta del rebaño al final de año		Estructura planificada del rebaño por la empresa		Diferencia de la propuesta respecto al plan
	Animales (cabezas)	Estructura (%)	Animales (cabezas)	Estructura (%)	Cabezas
Vacas	3850	41,24	3728	40,52	122
Novillas	1800	19,28	1840	20,00	-40
Añojas	650	6,96	571	6,20	79
Terneras	933	9,99	856	9,30	77
Toros para Ceba	300	3,21	198	2,15	102
Bueyes	250	2,67	182	2,00	68
Sementales	2	0,02	2	0,02	0
Toretos	250	2,67	148	1,61	102
Añojos	400	4,28	782	8,50	-382
Terneros	900	9,64	894	9,70	6
Total	9335	100	9201	100	134

Para comprobar si existe correspondencia entre la estructura satisfactoria, obtenida a partir de la solución del modelo de meta y la estructura planificada, se aplica la prueba estadística de Rango de Wilcoxon, prueba no paramétrica para dos muestras relacionadas. Como el valor p obtenido de la prueba 0,153 es mayor que un nivel de significación del 0,05, no se rechaza la hipótesis nula, por tanto se puede afirmar que la estructura satisfactoria propuesta del rebaño para final del año y la estructura planificada del rebaño para final de año, no difieren, no existiendo diferencias estadísticamente significativas entre ambas estructuras. No obstante, la estructura satisfactoria propuesta presenta mejores características, con respecto a la composición de las categorías relevantes del rebaño que definen su desarrollo perspectivo.

- *Análisis de la estructura propuesta del rebaño hembra para final de año:*

Dada la situación existente a inicio de año es necesario realizar determinados cambios que permitan alcanzar un rebaño hembra al final del horizonte de planificación, con valores próximos a las proporciones de la estructura deseada. La empresa para garantizar la estructura propuesta de la solución satisfactoria del modelo en el rebaño de hembra al final del año, próxima a la estructura deseada, debe prever un incremento de las vacas y añojas, así como una disminución de las novillas, con respecto a la estructura real a inicio de año; tabla 7. La estructura propuesta del rebaño hembra se acerca más a la deseada, que la estructura real existente a inicio de año, lo que posibilita una mejor composición de vacas, novillas y añojas.

² La estructura propuesta corresponde a la solución satisfactoria obtenida con la aplicación del modelo económico-matemático de meta con prioridad.

Tabla 7. Estructura propuesta del rebaño hembra al final de año y real al inicio de año.

Categorías de edad y sexo	Estructura propuesta del rebaño hembra al final de año		Estructura real del rebaño hembra al inicio de año		Diferencia de la propuesta respecto al real (cabezas)	Estructura deseada
	Animales (X37 a X40) (cabezas)	Estructura (%)	Animales (cabezas)	Estructura (%)		Estructura (%)
Vacas	3850	53,22	3463	46,54	387	50,00
Novillas	1800	24,88	2280	30,64	-480	20,00
Añojas	650	9,98	557	7,50	93	10,00
Terneritas	933	12,89	1140	15,22	-207	20,00
Total	7233	100	7440	100	-207	100,00

CONCLUSIONES

La aplicación de la programación de meta lineal con prioridades evidencia las posibilidades de su utilización en la planificación de los procesos económicos en la ganadería, pues flexibiliza y amplía las posibilidades del análisis de la solución.

La metodología propuesta proporciona los procedimientos necesarios para determinar y validar parámetros del modelo, mediante la aplicación del análisis estadístico matemático.

La estructura satisfactoria del movimiento de rebaño, muestra un crecimiento de la producción ganadera con respecto al plan previsto y una adecuada estructuración del rebaño hembra, debido a una mejor estrategia del movimiento de rebaño en sus diferentes fases.

La solución del modelo matemático permite una reestructuración más eficiente de la composición por categoría de edad y sexo, en función de la mayor producción mercantil de carne en pie del rebaño, lográndose beneficios productivos, al aumentar la producción mercantil total de carne con respecto al obtenido por los métodos convencionales de planificación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ahumada, O., & Villalobos, J. (2009). Application of planning models in the agri-food supply chain. *European Journal Operation Research*, 196 (1), 1-20. Recuperado de <https://asu.pure.elsevier.com/en/publications/application-of-planning-models-in-the-agri-food-supply-chain-a-re>

Dave, A. (2015). Goal programming applications in agricultural management. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, 2(6), 883-887. Recuperado de <https://www.irjet.net/archives/V2/i6/IRJET-V2I6137.pdf>

Eppen, G. D., Gould, F. J., Schmidt, C. P., Moore, J. H., & Watherford, L. R. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. 5ª ed. México: Prentice-Hall Hispanoamericana.

González, F. C., & Brezo, B. J. (1987). *Modelos matemáticos de los procesos económicos en la agricultura*. La Habana: Pueblo y Educación.

Gujarati, D. N. (2003). *Econometría*. 4ª ed. México: McGraw-Hill.

Mezghani, M., Rebai, A., Dammak, A., & Loukil, T. (2009). A goal Programming model for aggregate production planning problem. *International Journal of Operational Research*, 4(1), 23 – 38. Recuperado de https://www.researchgate.net/profile/Abdelaziz_Dammak/publication/245527616_A_Goal_Programming_model_for_Aggregate_Production_Planning_problem/links/5bd97f9fa6fdcc3a8db30397/A-Goal-Programming-model-for-Aggregate-Production-Planning-problem.pdf?origin=publication_detail

Moskowitz, H., & Wright, G. (1992). *Investigación de operaciones*. México: Prentice-Hall Hispanoamericana.

Ortuño, M. T., & Vitoriano, B. (2011). A goal programming approach for farm planning with resources dimensionality. *Annals of Operations Research*, 190, 181–199. Recuperado de <https://link.springer.com/article/10.1007/s10479-009-0524-5>

Prado, F. E., Fernández, C. A. & Sagaró, Z. F. (2007). La planificación en la ganadería. *Revista Electrónica, Universidad de Oriente*, 1, 1-15. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/1813/181320251002.pdf>

- Stygar, A., & Makulska, J. (2010). Application of mathematical modeling in beef herd management. [Annals of Animal Science](#), 10(4), 333–348. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/262914149_Application_of_mathematical_modelling_in_beef_herd_management_-_a_review
- Zgajnar, J., & Kavcic, S. (2016). Optimal allocation of production resources under uncertainty: Application of the multicriteria approach. [Agri. Econ-Czech.](#), 62(12), 556-565. Recuperado de https://www.agriculturejournals.cz/web/agricecon.htm?type=article&id=238_2015-AGRICECON